



МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ ЗАОЧНОЙ
НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

**ЕСТЕСТВЕННЫЕ
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ:
ВОПРОСЫ И ТЕНДЕНЦИИ
РАЗВИТИЯ**

Новосибирск, 2013 г.

УДК 50
ББК 20
Е86

Е86 «Естественные и математические науки: вопросы и тенденции развития»: материалы международной заочной научно-практической конференции. (01 апреля 2013 г.) — Новосибирск: Изд. «СибАК», 2013. — 150 с.

ISBN 978-5-4379-0255-4

Сборник трудов международной заочной научно-практической конференции «Естественные и математические науки: вопросы и тенденции развития» отражает результаты научных исследований, проведенных представителями различных школ и направлений современных естественных наук.

Данное издание будет полезно аспирантам, студентам, исследователям и всем интересующимся актуальным состоянием и тенденциями развития естественных наук.

Рецензенты:

- канд. физ.-мат. наук Зеленская Татьяна Евгеньевна;
- д-р хим. наук, профессор Козьминых Владислав Олегович;
- канд. техн. наук Романова Алла Александровна;
- канд. физ.-мат. наук Рымкевич Павел Павлович;
- канд. хим. наук Сүлейменов Ерлан Мэлсұлы;
- канд. биол. наук Харченко Виктория Евгеньевна;
- канд. с.-хоз. наук Яковишина Татьяна Федоровна.

ISBN 978-5-4379-0255-4

ББК 20

© НП «СибАК», 2013 г.

Оглавление	
Секция 1. Математика	7
1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ	7
ОБОБЩЕННАЯ КОМПЛЕКСНАЯ ЭКСПОНЕНТА И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЯ ДЛЯ ОТЫСКАНИЯ СУММЫ	7
Сагиндыков Бимурат Жумабекович	
Бимурат Жанар	
1.2. Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление	16
ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМОЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ	16
Копец Мирослав Михайлович	
1.3. Математическая физика	31
ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ ГАЗА НАД СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ	31
Ерунова Ирина Борисовна	
Секция 2. Информационные технологии	37
2.1. Системный анализ, управление и обработка информации	37
ЭВОЛЮЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ КОМПОЗИЦИИ. ГЕНЕТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ И МУРАВЬИНЫЙ АЛГОРИТМ	37
Славщик Арсений Алексеевич	
РАСПОЗНАВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ КОМПЛЕКСОМ ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИХ МАСОК С ФИЛЬТРАЦИЕЙ	42
Шамин Павел Юрьевич	
Номан Мустафа Абдулла Али	
Хорьков Кирилл Сергеевич	
ПОИСК РЕШЕНИЯ ДЛЯ ЧАСТНОГО СЛУЧАЯ ОДНОЙ NP-ТРУДНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ РАСПИСАНИЙ	48
Шпенник Татьяна Борисовна	

2.2. Методы и системы защиты информации, информационная безопасность	57
ВОЗМОЖНЫЕ СПОСОБЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ ОТ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО СКРЫТОМУ КАНАЛУ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОННОЙ ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ Куржеевский Игорь Владимирович Бродовская Виолетта Владимировна Папкина Анна Станиславовна Шумкова Алина Андреевна	57
Секция 3. Физика	68
3.1. Астронавтика	68
ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОТЕРМОДИНАМИКИ ПЕРСПЕКТИВНОГО ВОЗДУШНО-КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА Хлопков Юрий Иванович Зея Мью Мьинт Хлопков Антон Юрьевич Чжо Зин	68
АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СПУСКАЕМОГО АППАРАТА В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ Зея Мью Мьинт Хлопков Антон Юрьевич Чжо Зин	74
АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ МНОГОРАЗОВЫХ ВОЗДУШНО-КОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМ Хлопков Юрий Иванович Зея Мью Мьинт Хлопков Антон Юрьевич Чжо Зин Поляков Михаил Сергеевич	80
3.2. Приборы и методы экспериментальной физики	85
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ВОЛНЕ СВ-СИНТЕЗА МЕТОДОМ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ МИКРОПИРОМЕТРИИ Бороненко Марина Петровна Серегин Александр Евгеньевич	85

Секция 4. Биология	93
4.1. Биологические аспекты сельского хозяйства	93
ФИТОСАНИТАРНАЯ ОБСТАНОВКА В АГРОЦЕНОЗЕ ТОМАТОВ В УСЛОВИЯХ КФХ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПРЕДШЕСТВУЮЩЕЙ КУЛЬТУРЫ Кравцова Марина Сергеевна Пикушова Эмилия Александровна	93
ВЛИЯНИЕ ЭКЗОГЕННЫХ ПЕКТИНОВ ИЗ РЯСКИ МАЛОЙ И СМОЛЕВКИ ОБЫКНОВЕННОЙ НА РОСТ И РАЗВИТИЕ МОРКОВИ СТОЛОВОЙ Михайлова Елена Андрияновна Коковкина Светлана Васильевна Шубаков Анатолий Александрович	97
4.2. Ботаника	101
СТРУКТУРНАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ ЛИСТА ГАЛОФИТА AELUROPUS LITTORALIS (POACEAE VARNH.) В СВЯЗИ С ЭДАФИЧЕСКИМ ФАКТОРОМ Бердибаева Дилфуза Базарбаевна	101
4.3. Зоология	107
ВИДОВОЙ СОСТАВ, ЧИСЛЕННОСТЬ И ОСНОВНЫЕ МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ РЫБ УРБАНИЗИРОВАННОЙ ТЕРРИТОРИИ (НА ПРИМЕРЕ Г. МИНСКА) Змачинский Александр Станиславович	107
МАТЕРИАЛЫ ПО РАСПРОСТРАНЕНИЮ НА УРАЛЕ ОХРАНЯЕМОГО ВИДА ЖЕСТКОКРЫЛЫХ — ЖУЖЕЛИЦЫ СИБИРСКОЙ CARABUS SIBIRICUS F.-W. (COLEOPTERA, CARABIDAE) Козьминых Владислав Олегович	118

Секция 5. Химия	122
5.1. Неорганическая химия	122
ТЕХНОЛОГИЯ ПОЛУЧЕНИЯ МЕЛКОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ АММИАЧНОЙ СЕЛИТРЫ ИЗ ФОСФОРИТОВ КАРАТАУ Шалдарбекова Салтанат Акараловна Иргибаева Ирина Смаиловна Мустахимов Бекежан	122
КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ 3D-МЕТАЛЛОВ С ПРОИЗВОДНЫМИ 1-ФЕНИЛ-3-МЕТИЛ-4-АЗОПИРАЗОЛОНА-5 Шебалдина Лидия Сергеевна Ван Нгуен Ковальчукова Ольга Владимировна	126
5.2. Органическая химия	132
СИСТЕМА ПИНАКОЛИН-ДИАЛКИЛОКСАЛАТЫ: ОДНОРЕАКТОРНЫЕ НУКЛЕОФИЛЬНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ Виноградов Алексей Николаевич Козьминых Владислав Олегович	132
5.3. Физическая химия	136
БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЙ МЕТОД КВАНТОВОХИМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ С АППРОКСИМАЦИЕЙ ФОКИАНА DFT ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО СТРОЕНИЯ БОЛЬШИХ МОЛЕКУЛ Аникин Николай Алексеевич Бугаенко Владислав Ленарович Кузьминский Михаил Борисович Мендкович Андрей Семёнович	136
ИСПЫТАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ МОДИФИКАЦИЙ РАПСОВОГО МАСЛА ПРИ СМАЗКЕ ТВЁРДЫХ ТЕЛ НА ЧЕТЫРЕХШАРИКОВОЙ МАШИНЕ ТРЕНИЯ: НОВАЯ МЕТОДИКА Сиренко Геннадий Александрович Кузышин Ольга Васильевна Сулима Ирина Владимировна	144

СЕКЦИЯ 1.

МАТЕМАТИКА

1.1. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

ОБОБЩЕННАЯ КОМПЛЕКСНАЯ ЭКСПОНЕНТА И ЕЁ ПРИМЕНЕНИЯ ДЛЯ ОТЫСКАНИЯ СУММЫ

Сагиндыков Бимурат Жумабекович
канд. физ.-мат. наук, доцент КазНТУ,
г. Алматы

Бимурат Жанар
Магистрант ENSG, г. Nancy
E-mail: bimurat55@gmail.com

В данной статье рассматривается обобщенная комплексная экспонента. Описанная в статье методика позволяет найти некоторые конечные суммы показательно — тригонометрических рядов.

Ключевые слова: обобщенное комплексное число, комплексная экспонента, формула Эйлера, ряды, конечные суммы.

Введение

Обобщенная комплексная экспонента — математическая функция, задаваемая соотношением $f(z) = e^z$, где $z = x + py$, $p^2 = -\theta_0 + p\theta_1$ есть обобщенное комплексное число. Обобщенная комплексная экспонента определяется как аналитическое продолжение экспоненты $f(x) = e^x$ вещественного переменного x . Определим формальное выражение $e^z = e^{x+py} = e^x \cdot e^{py}$. Определенное таким образом выражение на вещественной оси будет совпадать с классической вещественной экспонентой. Для полной корректности построения необходимо доказать аналитичность функции e^z , то есть

показать, что e^z разлагается в некоторый сходящийся к данной функции ряд. Покажем это:

$$f(z) = e^z = e^x \cdot e^{py} = e^{py} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!},$$

где: $e^{py} = I(\theta_0, \theta_1, y) + pK(\theta_0, \theta_1, y)$, а θ_0, θ_1 — вещественные числа. Сходимость данного ряда легко доказывается:

$$\left| e^{py} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \right| = |e^{py}| \cdot \left| \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \right| \leq e^{|\frac{\theta_1}{2}y|} \cdot e^{|x|}.$$

Ряд всюду сходится абсолютно, то есть вообще всюду сходится, таким образом, сумма этого ряда в каждой конкретной точке будет определять значение аналитической функции $f(z) = e^z$.

Единственным обобщением вещественных чисел с сохранением известных законов арифметики являются комплексные числа. Поэтому мы здесь займемся обобщением только внутреннего строения комплексных чисел. Обобщенное комплексное число z можно представить в виде $z = x + py$, где $p^2 = -\theta_0 + p\theta_1$. Чтобы термин соответствовал названию, рассмотрим частные случаи.

Если $\theta_0 = 1, \theta_1 = 0, p^2 = -1$, то обобщенному комплексному числу соответствует обычное комплексное число $z = x + iy$.

Если $\theta_0 = -1, \theta_1 = 0, p^2 = 1$, то обобщенному комплексному числу соответствует двойное число.

Если $\theta_0 = \theta_1 = 0, p^2 = 0$, то обобщенному комплексному числу соответствует дуальное число.

Меняя управляющие параметры θ_0, θ_1 , получаем разные теории.

Приступая к изложению обобщенных комплексных вида $z = x + py$, определим сложение, умножение и сопряжение таких выражений по формулам:

$$\text{сложение } z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + p(y_1 + y_2);$$

$$\text{произведение } z_1 \cdot z_2 = (x_1x_2 - \theta_0y_1y_2) + p(x_1y_2 + y_1x_2 + \theta_1y_1y_2);$$

$$\text{сопряжение } \bar{z} = x + \theta_1y - py.$$

Умножение $z \cdot \bar{z} = x^2 + \theta_1xy + \theta_0y^2$, дает неотрицательное вещественное число, поэтому определяет норму обобщенного комплексного числа z . Таким образом

$$|z|^2 = z \cdot \bar{z} = x^2 + \theta_1xy + \theta_0y^2. \quad (1)$$

Правая часть (1) является квадратичной формой от двух переменных x, y .

Относительно инварианта квадратичной формы обобщенные комплексные числа делятся на типы. А именно, различают эллиптические, гиперболические и параболические комплексные числа. Это означает следующее. Пусть $p^2 = -\theta_0 + p\theta_1$. Тогда числа делятся на указанные типы в зависимости от того, какими являются θ_0 и θ_1 . Если $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 < 0$, то такие обобщенные комплексные числа относятся к эллиптическому типу, если же $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 > 0$, то — к гиперболическому типу, если $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = 0$, то — к параболическому типу.

Для обобщенных комплексных чисел отметим также формулу Эйлера

$$e^{pt} = I(\theta_0, \theta_1, t) + pK(\theta_0, \theta_1, t) = \begin{cases} e^{\frac{\theta_1}{2}t} \left[\left(\cos\sqrt{-D}t - \frac{\theta_1}{2\sqrt{-D}} \sin\sqrt{-D}t \right) + p \frac{1}{\sqrt{-D}} \sin\sqrt{-D}t \right], D < 0; \\ e^{\frac{\theta_1}{2}t} \left[\left(1 - \frac{\theta_1}{2}t \right) + pt \right], D = 0; \\ e^{\frac{\theta_1}{2}t} \left[\left(ch\sqrt{D}t - \frac{\theta_1}{2\sqrt{D}} sh\sqrt{D}t \right) + p \frac{1}{\sqrt{D}} sh\sqrt{D}t \right], D > 0, \end{cases} \quad (2)$$

истинная природа, которой будет выявлена в дальнейшем. Наиболее простое доказательство этой формулы получается с использованием теории дифференциальных уравнений.

В тождестве (2) его комплексное сопряжение дает

$$\overline{e^{pt}} = \overline{I(t) + pK(t)} = I(t) + \theta_1 K(t) - pK(t),$$

или

$$e^{(\theta_1 - p)t} = I(t) + \theta_1 K(t) - pK(t). \quad (3)$$

Умножая (2) и (3) можно легко получить основное показательно — тригонометрическое тождество для обобщенно — комплексных чисел

$$e^{\theta_1 t} = I^2(t) + \theta_1 I(t)K(t) + \theta_0 K^2(t). \quad (4)$$

1. Формулы сложения

По принятому соглашению $e^{p(m+n)t} = I(m+n)t + pK(m+n)t$. С другой стороны $e^{p(m+n)t} = e^{pmt} \cdot e^{pnt} = [I(mt) + pK(mt)] \cdot [I(nt) + pK(nt)]$. Отсюда отделяя вещественные и мнимые части относительно параметра p имеем:

$$\begin{aligned} I_{m+n} &= I_m I_n - \theta_0 K_m K_n, \\ K_{m+n} &= I_m K_n + K_m I_n + \theta_1 K_m K_n, \end{aligned} \quad (5)$$

где: $K_{m+n} = K(m+n)t$.

Пример 1. Пусть $\theta_0 = -1$, $\theta_1 = 0$, $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = 1 > 0$,

$$I_m = I(mt) = chmt, K_m = K(mt) = shmt.$$

Тогда из (2), (5) следуют следующие формулы сложения

$$\begin{aligned} ch(m+n)t &= chmt \cdot chnt + shmt \cdot shnt, \\ sh(m+n)t &= chmt \cdot shnt + shmt \cdot chnt. \end{aligned}$$

Если в формулах (5) принять $m = n$ мы получим формулы двойного аргумента

$$\begin{aligned} I_{2n} &= I_n^2 - \theta_0 K_n^2, \\ K_{2n} &= 2I_n K_n + \theta_1 K_n^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Пример 2. Пусть $\theta_0 = 1$, $\theta_1 = 0$, $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = -1 < 0$, $\sqrt{-D} = 1$, $I_n = \cos nt$, $K_n = \sin nt$. Тогда $\cos 2nt = \cos^2 nt - \sin^2 nt$, $\sin 2nt = 2 \sin nt \cdot \cos nt$.

2. Отыскание сумм некоторых показательных-тригонометрических рядов

Пусть $f(z)$ — функция обобщенного комплексного переменного $z = x + py$, аналитическая для $|z| \leq 1$, где $|z|^2 = z \cdot \bar{z} = (x + py)(x_1 + \theta_1 y - py) = x^2 + \theta_1 xy + \theta_0 y^2$. В этих условиях известно, что для $|z| \leq 1$ функция $f(z)$ может быть разложена в степенной ряд

$$f(z) = c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots + c_n z^n + \dots \quad (7)$$

Допустим, что коэффициенты этого ряда оказались вещественными числами. Положим $z = e^{px} = I(x) + pK(x)$. Таким образом, для любого x :

$$f(e^{px}) = c_0 + c_1[I(x) + pK(x)] + c_2[I(2x) + pK(2x)] + \dots + c_n[I(nx) + pK(nx)] + \dots = c_0 + c_1I(x) + c_2I(2x) + \dots + c_nI(nx) + \dots + p[c_1K(x) + c_2K(2x) + \dots + c_nK(nx)]. \quad (8)$$

Отделим в выражении $f(e^{px})$ действительную и мнимую части, т. е. представим $f(e^{px})$ в виде

$$f(e^{px}) = \varphi(x) + p\psi(x),$$

где: $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ — вещественные функции. Из (8) тогда очевидно следует, что

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= c_0 + c_1I(x) + c_2I(2x) + \dots + c_nI(nx) + \dots, \\ \psi(x) &= c_1K(x) + c_2K(2x) + \dots + c_nK(nx) + \dots \end{aligned}$$

Этим обстоятельством можно воспользоваться, чтобы получить суммы некоторых показательных – тригонометрических рядов.

Пример 3. Известно, что для всех z

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \dots + \frac{z^n}{n!} + \dots = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{z^m}{m!}.$$

Тогда в силу (8)

$$e^{e^{px}} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{e^{pmx}}{m!} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{I(mx) + pK(mx)}{m!}.$$

С другой стороны

$$e^{e^{px}} = e^{I(x)+pK(x)} = e^{I(x)} \cdot e^{pK(x)} = e^{I(x)}[I(K(x)) + pK(K(x))],$$

и поэтому

$$\begin{aligned} e^{I(x)}I(K(x)) &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{I(mx)}{m!}, \\ e^{I(x)}K(K(x)) &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K(mx)}{m!}. \end{aligned} \quad (9)$$

Пример 4. Пусть $\theta_0 = -1$, $\theta_1 = 0$, $p^2 = -\theta_0 + p\theta_1 = 1$, $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = 1 > 0$, $I(x) = ch(x)$, $K(x) = sh(x)$. Тогда в силу (9)

$$\begin{aligned} e^{chx}ch(shx) &= 1 + chx + \frac{ch2x}{2!} + \dots + \frac{chmx}{m!} + \dots, \\ e^{chx}sh(shx) &= shx + \frac{sh2x}{2!} + \dots + \frac{shmx}{m!} + \dots. \end{aligned}$$

Пример 5. Найти сумму ряда $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{pkx}}{a^k}$. Данный ряд является геометрической прогрессией (сходящаяся для $\left| \frac{e^{px}}{a} \right| < 1$) со знаменателем $q = \frac{e^{px}}{a}$. Следовательно, $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{pkx}}{a^k} = \frac{1}{1 - \frac{e^{px}}{a}} = \frac{a}{a - e^{px}}$. По принятому соглашению $e^{px} = I(x) + pK(x)$ и $e^{pkx} = I(kx) + pK(kx)$. Тогда

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{a^k} [I(kx) + pK(kx)] &= \frac{a}{[a - I(x)] - pK(x)} = \\ &= \frac{a - I(x) - \theta_1 K(x) + pK(x)}{I^2(x) + \theta_1 I(x)K(x) + \theta_0 K^2(x) + a^2 - 2aI(x) - \theta_1 aK(x)}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{I(kx)}{a^k} &= \frac{a - I(x) - \theta_1 K(x)}{I^2(x) + \theta_1 I(x)K(x) + \theta_0 K^2(x) + a^2 - 2aI(x) - \theta_1 aK(x)}, \\ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{K(kx)}{a^k} &= \frac{K(x)}{I^2(x) + \theta_1 I(x)K(x) + \theta_0 K^2(x) + a^2 - 2aI(x) - \theta_1 aK(x)}. \end{aligned}$$

Пример 6. Пусть $\theta_0 = 2$, $\theta_1 = 2$, $a = 2$, $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = 1 - 2 = -1 < 0$, $\sqrt{-D} = 1$, $I(x) = e^x(\cos x - \sin x)$, $K(x) = e^x \sin x$, $I^2(x) + \theta_1 I(x)K(x) + \theta_0 K^2(x) = e^{\theta_1 x} = e^{2x}$. Тогда

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{kx} \sin kx}{2^k} = \frac{e^x \sin x}{e^{2x} - 4 \cos x \cdot e^x + 4},$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{kx} \cos kx}{2^k} = \frac{2 - e^x \cos x}{e^{2x} - 4 \cos x \cdot e^x + 4}.$$

Эти разложения справедливы для всех x , когда $\left| \frac{e^{px}}{2} \right| < 1$ или $|e^{px}| < 2$, или $e^{\frac{\theta_1}{2}x} < 2$, т. е. когда $e^x < 2$.

3. Нахождение конечных сумм и рядов

Найти сумму ряда

$$\sum_{k=1}^n e^{pkx} = \sum_{k=1}^n [I(kx) + pK(kx)] = \sum_{k=1}^n I(kx) + p \sum_{k=1}^n K(kx).$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n e^{pkx} &= \sum_{k=1}^n (e^{px})^k = \frac{e^{p(n+1)x} - e^{px}}{e^{px} - 1} = \frac{I_{n+1} + pK_{n+1} - I_1 - pK_1}{I_1 - 1 + pK_1} = \\ &= \frac{(I_{n+1} - I_1) + p(K_{n+1} - K_1)}{(I_1 - 1) + pK_1} = \\ &= \frac{[(I_{n+1} - I_1) + p(K_{n+1} - K_1)][(I_1 - 1) + \theta_1 K_1 - pK_1]}{(I_1 - 1)^2 + \theta_1(I_1 - 1)K_1 + \theta_0 K_1^2}. \end{aligned}$$

$$\text{Отсюда } \sum_{k=1}^n I(kx) = \frac{(I_1 - 1)(I_{n+1} - I_1) + \theta_1 K_1(I_{n+1} - I_1) + \theta_0 K_1(K_{n+1} - K_1)}{e^{\theta_1 x} - 2I_1 - \theta_1 K_1 + 1},$$

$$\sum_{k=1}^n K(kx) = \frac{K_{n+1}I_1 - I_{n+1}K_1 + K_1 - K_{n+1}}{e^{\theta_1 x} - 2I_1 - \theta_1 K_1 + 1}, \quad \text{где } e^{\theta_1 x} = I_1^2 + \theta_1 I_1 K_1 + \theta_0 K_1^2.$$

Пример 7. Пусть $\theta_0 = 1$, $\theta_1 = 0$, $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = -1 < 0$, $\sqrt{-D} = 1$, $I_1 = I(x) = \cos x$, $K_1 = K(x) = \sin x$. Тогда

$$\sum_{k=1}^n I(kx) = \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx = \cos \frac{n+1}{2} x \frac{\sin \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}},$$

$$\sum_{k=1}^n K(kx) = \sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx = \sin \frac{n+1}{2} x \frac{\sin \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}}.$$

Пример 8. Пусть $\theta_0 = \theta_1 = 2$, $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = -1 < 0$, $\sqrt{-D} = 1$, $I_1 = I(x) = e^x(\cos x - \sin x)$, $K_1 = K(x) = e^x \sin x$. Тогда

$$\begin{aligned} & e^x \sin x + e^{2x} \sin 2x + \dots + e^{nx} \sin nx = \\ & = \frac{e^{(n+2)x} \sin nx - e^{(n+1)x} \sin(n+1)x + e^x \sin x}{e^{2x} - 2e^x \cos x + 1}, \\ & e^x \cos x + e^{2x} \cos 2x + \dots + e^{nx} \cos nx = \\ & = \frac{e^{(n+2)x} \cos nx - e^{(n+1)x} \cos(n+1)x + e^x \cos x - e^{2x}}{e^{2x} - 2e^x \cos x + 1}. \end{aligned}$$

Зная формулы понижения степени, мы можем найти конечные суммы следующих рядов: $\sum_{k=1}^n K^2(kx)$, $\sum_{k=1}^n I^2(kx)$ и $\sum_{k=1}^n I(kx)K(kx)$, где

$$\begin{aligned} K_k^2 &= K^2(kx) = \frac{2I_{2k} + \theta_1 K_{2k} - 2e^{\theta_1 kx}}{4D}, \\ I_k^2 &= \frac{(\theta_1^2 - 2\theta_0)I_{2k} + \theta_0 \theta_1 K_{2k} - 2\theta_0 e^{\theta_1 kx}}{4D}, \\ I_k \cdot K_k &= \frac{\theta_1 e^{\theta_1 kx} - 2\theta_0 K_{2k} - \theta_1 I_k}{4D}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n a^k I(kx) &= \sum_{k=1}^n a^k I_k = \operatorname{Re} \sum_{k=1}^n (ae^{\theta_1 x})^k = \\ &= \frac{a^{n+2}(I_{n+1}I_1 + \theta_1 I_{n+1}K_1 + \theta_0 K_1 K_{n+1}) - a^{n+1}I_{n+1} - a^2 e^{\theta_1 x} + aI_1}{a^2 e^{\theta_1 x} - a(2I_1 + \theta_1 K_1) + 1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n a^k K(kx) &= \sum_{k=1}^n a^k K_k = \operatorname{Im} \sum_{k=1}^n (ae^{\theta_1 x})^k = \\ &= \frac{a^{n+2}(K_{n+1}I_1 - K_1 I_{n+1}) - a^{n+1}K_{n+1} + aK_1}{a^2 e^{\theta_1 x} - a(2I_1 + \theta_1 K_1) + 1}. \end{aligned}$$

Пример 9. Пусть $\theta_0 = 1$, $\theta_1 = 0$, $D = \frac{\theta_1^2}{4} - \theta_0 = -1 < 0$, $\sqrt{-D} = 1$, $I_1 = \cos x$, $K_1 = \sin x$. Тогда

$$\sum_{k=1}^n a^k \sin kx = \frac{a^{n+2} \sin nx - a^{n+1} \sin(n+1)x + a \sin x}{a^2 - 2a \cos x + 1}.$$

Совершенно аналогично находится сумма для косинусов:

$$\sum_{k=0}^n a^k \cos kx = \frac{a^{n+2} \cos nx - a^{n+1} \cos(n+1)x - a \cos x + 1}{a^2 - 2a \cos x + 1}.$$

Список литературы:

1. Сагиндыков Б.Ж. Эллиптическая система чисел и ее применение // Вестник КазНТУ. — 2007. — № 4. [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: http://www.e-lib.kazntu.kz/sites/default/files/articles/sagindykov_2007_4.pdf.

1.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМОЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Конец Мирослав Михайлович

канд. физ.-мат. наук,

доцент НТУУ «Киевский политехнический институт»,

г. Киев

E-mail: optimal201214@yandex.ua

В настоящее время существует много серьезных монографий и журнальных статей, посвященных проблемам оптимального управления объектами с распределенными параметрами. Чтобы убедиться в этом, достаточно упомянуть, например, монографии [1—5]. В каждой из них также содержится достаточно обширная библиография по упомянутой выше проблеме. Традиционно в большинстве этих работ рассматривается объект, поведение которого описывается одним дифференциальным уравнением с частными производными. Однако не подлежит сомнению тот факт, что во многих случаях для составления математической модели физических процессов возникает необходимость рассмотрения системы дифференциальных уравнений с частными производными. Во-первых, такая модель может казаться более адекватной исследуемому процессу. Во-вторых, изучение такой модели позволяет получать новые математические объекты, и существенно продвинуться в исследовании свойств этих объектов.

Данная работа посвящена задаче минимизации квадратического функционала на решениях системы линейных дифференциальных уравнений с частными производными при условии, что правые части этих уравнений включают в себя параметры, именуемые управлениями. Для решения упомянутой задачи используется метод множителей Лагранжа. Привлечение этого метода дало возможность получить для данной задачи необходимые условия оптимальности.

На основе полученных условий оптимальности предложен вывод матричного интегро-дифференциального уравнения Риккати.

Пусть объект управления описывается следующей системой линейных уравнений с частными производными

$$\frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} = \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \mathbf{Cz}(t, x, y) + \mathbf{Du}(t, x, y), \quad (1)$$

где: \mathbf{A} , \mathbf{B} и \mathbf{C} — заданные матрицы размера $n \times n$,

\mathbf{D} — заданная матрица размера $n \times m$, причем все эти три матрицы — постоянные (их элементами являются действительные числа). Переменная t означает время,

x и y — пространственные переменные,

$\mathbf{z}(t, x, y)$ — действительный n -мерный вектор-столбец, в дальнейшем именуемый *состоянием* системы (1), действительный m -мерный вектор-столбец $\mathbf{u}(t, x, y)$ называется *управлением*. Предполагается, что управления принадлежат классу кусочно-непрерывных вектор-функций. Для системы (1) заданы начальное условие

$$\mathbf{z}(t_0, x, y) = \mathbf{z}_0(x, y), 0 \leq x \leq l, 0 \leq y \leq m, \quad (2)$$

и граничные условия

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t, 0, y) &= \mathbf{f}(t, y), t_0 \leq t \leq t_1, 0 \leq y \leq m, \\ \mathbf{z}(t, x, 0) &= \mathbf{g}(t, x), t_0 \leq t \leq t_1, 0 \leq x \leq l. \end{aligned} \quad (3)$$

Действительные числа $l > 0$, $m > 0$, $t_0 \geq 0$, $t_1 > t_0$, n -мерные вектор-столбцы $\mathbf{f}(t, y)$, $\mathbf{g}(t, x)$ и $\mathbf{z}_0(x, y)$ заданы. В дальнейшем предполагаем, что для каждого заданного управления $\mathbf{u}(t, x, y)$ система уравнений (1) имеет единственное решение, которое удовлетворяет условиям (2) и (3).

Рассмотрим следующий критерий оптимальности

$$I(\mathbf{u}, \mathbf{z}) = \frac{1}{2} \int_0^l \int_0^m \mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \mathbf{z}(t_1, x, y) dy dx + \\ + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \left[\mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \mathbf{z}(t, x, y) + \mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \mathbf{u}(t, x, y) \right] dy dx dt, \quad (4)$$

где: \mathbf{F} и \mathbf{G} — заданные неотрицательно определенные симметрические матрицы размера $n \times n$,

\mathbf{H} — заданная положительно определенная симметрическая матрица размера $m \times m$ (следовательно, существует обратная матрица \mathbf{H}^{-1}) причем элементами этих матриц являются действительные числа. Выражение $\mathbf{a}^T \mathbf{b}$ означает скалярное произведение векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} ,

$$\text{т. е. } \mathbf{a}^T \mathbf{b} = \sum_{i=1}^n a_i b_i. \text{ Задача оптимального управления}$$

объектом, описываемым системой соотношений (1)—(3) при наличии функционала (4), состоит в определении управления $\mathbf{u}^0(t, x, y)$, при котором на решениях краевой задачи (1)—(3) функционал (4) принимает наименьшее значение. Если такое управление $\mathbf{u}^0(t, x, y)$ существует, то оно называется *оптимальным управлением*.

Решение сформулированной выше задачи оптимального управления будем искать с помощью *метода множителей Лагранжа* [6, с. 31]. Сущность метода состоит в том, что функционал (4) следует заменить следующим функционалом

$$J(\mathbf{p}, \mathbf{u}, \mathbf{z}) = \frac{1}{2} \int_0^l \int_0^m \mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \mathbf{z}(t_1, x, y) dy dx + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \left[\mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \mathbf{z}(t, x, y) + \right. \\ \left. + \mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \mathbf{u}(t, x, y) \right] dy dx dt + \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \mathbf{p}^T(t, x, y) \left[\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \right.$$

$$+\mathbf{Cz}(t, x, y)+\mathbf{Du}(t, x, y)-\frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t}] dy dx dt, \quad (5)$$

Где: $\mathbf{p}(t, x, y)$ — неизвестная n -мерная вектор-функция (множитель Лагранжа). Если выполняются равенства (1)–(3), то значения функционалов (4) и (5) совпадают. В результате задача на условный экстремум для функционала (4) сводится к задаче на безусловный экстремум для функционала (5). Далее находим выражение для приращения ΔJ функционала (5):

$$\Delta J = J(\mathbf{p} + \varepsilon \delta \mathbf{p}, \mathbf{u} + \varepsilon \delta \mathbf{u}, \mathbf{z} + \varepsilon \delta \mathbf{z}) - J(\mathbf{p}, \mathbf{u}, \mathbf{z}).$$

Легко видеть, что $\delta \mathbf{z}(t_0, x, y) = \mathbf{z}_0(x, y) - \mathbf{z}_0(x, y) = \mathbf{0}$, $\delta \mathbf{z}(t, 0, y) = \mathbf{f}(t, y) - \mathbf{f}(t, y) = \mathbf{0}$, $\delta \mathbf{z}(t, x, 0) = \mathbf{g}(t, x) - \mathbf{g}(t, x) = \mathbf{0}$, $\delta \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} = \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t}$, $\delta \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} = \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x}$, $\delta \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} = \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y}$. Далее имеем

$$\begin{aligned} \Delta J = & \frac{1}{2} \int_0^l \int_0^m [\mathbf{z}^T(t_1, x, y) + \varepsilon \delta \mathbf{z}^T(t_1, x, y)] \mathbf{F}[\mathbf{z}(t_1, x, y) + \varepsilon \delta \mathbf{z}(t_1, x, y)] dy dx + \\ & + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m [[\mathbf{z}^T(t, x, y) + \varepsilon \delta \mathbf{z}^T(t, x, y)] \mathbf{G}[\mathbf{z}(t, x, y) + \varepsilon \delta \mathbf{z}(t, x, y)] + \\ & + [\mathbf{u}^T(t, x, y) + \varepsilon \delta \mathbf{u}^T(t, x, y)] \mathbf{H}[\mathbf{u}(t, x, y) + \varepsilon \delta \mathbf{u}(t, x, y)]] dy dx dt + \\ & + \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m [\mathbf{p}^T(t, x, y) + \varepsilon \delta \mathbf{p}^T(t, x, y)] \left[\mathbf{A} \left[\frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} \right] + \right. \\ & + \mathbf{B} \left[\frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \varepsilon \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} \right] + \mathbf{C}[\mathbf{z}(t, x, y) + \varepsilon \delta \mathbf{z}(t, x, y)] + \\ & \left. + \mathbf{D}[\mathbf{u}(t, x, y) + \varepsilon \delta \mathbf{u}(t, x, y)] - \left[\frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} \right] \right] dy dx dt - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2} \int_0^l \int_0^m \mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \mathbf{z}(t_1, x, y) dy dx - \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \left[\mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \mathbf{z}(t, x, y) + \right. \\
& \left. + \mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \mathbf{u}(t, x, y) \right] dy dx dt - \\
& - \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \mathbf{p}^T(t, x, y) \left[\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \mathbf{C} \mathbf{z}(t, x, y) + \right. \\
& \left. + \mathbf{D} \mathbf{u}(t, x, y) - \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} \right] dy dx dt = \\
& = \frac{\varepsilon}{2} \int_0^l \int_0^m \left[\mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \delta \mathbf{z}(t_1, x, y) + \delta \mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \mathbf{z}(t_1, x, y) \right] dy dx + \\
& + \frac{\varepsilon}{2} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \left[\mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \delta \mathbf{z}(t, x, y) + \delta \mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \mathbf{z}(t, x, y) + \right. \\
& \left. + \mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \delta \mathbf{u}(t, x, y) + \delta \mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \mathbf{u}(t, x, y) \right] dy dx dt + \\
& + \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \mathbf{p}^T(t, x, y) \left[\mathbf{A} \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \right. \\
& \left. + \mathbf{C} \delta \mathbf{z}(t, x, y) + \mathbf{D} \delta \mathbf{u}(t, x, y) - \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} \right] dy dx dt - \\
& + \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \delta \mathbf{p}^T(t, x, y) \left[\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \mathbf{C} \mathbf{z}(t, x, y) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \mathbf{D}\mathbf{u}(t, x, y) - \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} \Big] dy dx dt + \\
& + \frac{\varepsilon^2}{2} \int_0^{t_1} \int_0^l \int_0^m \delta \mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \delta \mathbf{z}(t_1, x, y) dy dx + \\
& + \frac{\varepsilon^2}{2} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \left[\delta \mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \delta \mathbf{z}(t, x, y) + \delta \mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \delta \mathbf{u}(t, x, y) \right] dy dx dt + \\
& + \varepsilon^2 \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \delta \mathbf{p}^T(t, x, y) \left[\mathbf{A} \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \right. \\
& \left. + \mathbf{C} \delta \mathbf{z}(t, x, y) + \mathbf{D} \delta \mathbf{u}(t, x, y) - \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} \right] dy dx dt. \quad (6)
\end{aligned}$$

Очевидны следующие соотношения

$$\frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} = \mathbf{A} \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \mathbf{C} \delta \mathbf{z}(t, x, y) + \mathbf{D} \delta \mathbf{u}(t, x, y), \quad (7)$$

$$\mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \delta \mathbf{z}(t_1, x, y) + \delta \mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \mathbf{z}(t_1, x, y) = 2 \mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \delta \mathbf{z}(t_1, x, y) \quad (8)$$

$$\mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \delta \mathbf{z}(t, x, y) + \delta \mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \mathbf{z}(t, x, y) = 2 \mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \delta \mathbf{z}(t, x, y) \quad (9)$$

$$\mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \delta \mathbf{u}(t, x, y) + \delta \mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \mathbf{u}(t, x, y) = 2 \mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \delta \mathbf{u}(t, x, y) \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
& \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \mathbf{p}^T(t, x, y) \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} dy dx dt = \int_0^{t_1} \int_0^l \int_0^m \mathbf{p}^T(t_1, x, y) \delta \mathbf{z}(t_1, x, y) dy dx - \\
& - \int_0^{t_1} \int_0^l \int_0^m \mathbf{p}^T(t_0, x, y) \delta \mathbf{z}(t_0, x, y) dy dx - \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial t} \delta \mathbf{z}(t, x, y) dy dx dt =
\end{aligned}$$

$$= \int_0^l \int_0^m \mathbf{p}^T(t_1, x, y) \delta \mathbf{z}(t_1, x, y) dy dx - \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial t} \delta \mathbf{z}(t, x, y) dy dx dt. \quad (11)$$

Если $\mathbf{p}(t, l, y) = \mathbf{0}$ и $\mathbf{p}(t, x, m) = \mathbf{0}$, то имеют место равенства

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \mathbf{p}^T(t, x, y) \mathbf{A} \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} dy dx dt &= \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \mathbf{p}^T(t, l, y) \mathbf{A} \delta \mathbf{z}(t, l, y) dy dt - \\ &- \int_{t_0}^{t_1} \int_0^m \mathbf{p}^T(t, 0, y) \mathbf{A} \delta \mathbf{z}(t, 0, y) dy dt - \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial x} \mathbf{A} \delta \mathbf{z}(t, x, y) dy dx dt = \\ &= - \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial x} \mathbf{A} \delta \mathbf{z}(t, x, y) dy dx dt, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \mathbf{p}^T(t, x, y) \mathbf{B} \frac{\partial \delta \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} dy dx dt &= \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \mathbf{p}^T(t, x, m) \mathbf{B} \delta \mathbf{z}(t, x, m) dx dt - \\ &- \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \mathbf{p}^T(t, x, 0) \mathbf{B} \delta \mathbf{z}(t, x, 0) dx dt - \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial y} \mathbf{B} \delta \mathbf{z}(t, x, y) dy dx dt = \\ &= - \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial y} \mathbf{B} \delta \mathbf{z}(t, x, y) dy dx dt. \end{aligned} \quad (13)$$

С учетом соотношений (7)—(13) выражение (6) будет иметь следующий вид

$$\begin{aligned} \Delta J &= \varepsilon \int_0^l \int_0^m \left[\mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} - \mathbf{p}^T(t_1, x, y) \right] \delta \mathbf{z}(t_1, x, y) dy dx + \\ &+ \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \left[\left[\mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} + \mathbf{p}^T(t, x, y) \mathbf{C} - \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial y} \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial x} \mathbf{A} + \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial t} \right] \delta \mathbf{z}(t, x, y) + \left[\mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} + \mathbf{p}^T(t, x, y) \mathbf{D} \right] \delta \mathbf{u}(t, x, y) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \varepsilon \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \delta \mathbf{p}^T(t, x, y) \left[\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \mathbf{Cz}(t, x, y) + \right. \\
& \quad \left. + \mathbf{Du}(t, x, y) - \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} \right] dy dx dt + \\
& \quad + \frac{\varepsilon^2}{2} \int_0^l \int_0^m \delta \mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \delta \mathbf{z}(t_1, x, y) dy dx + \\
& \quad + \frac{\varepsilon^2}{2} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \left[\delta \mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \delta \mathbf{z}(t, x, y) + \delta \mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \delta \mathbf{u}(t, x, y) \right] dy dx dt.
\end{aligned} \tag{14}$$

Необходимое условие экстремума функционала (5) — равенство нулю его первой вариации. Это условие будет выполнено, если имеют место такие равенства

$$\mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} - \mathbf{p}^T(t_1, x, y) = \mathbf{0}, \tag{15}$$

$$\mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} + \mathbf{p}^T(t, x, y) \mathbf{C} - \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial y} \mathbf{B} - \tag{16}$$

$$- \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial x} \mathbf{A} + \frac{\partial \mathbf{p}^T(t, x, y)}{\partial t} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} + \mathbf{p}^T(t, x, y) \mathbf{D} = \mathbf{0}, \tag{17}$$

$$\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \mathbf{Cz}(t, x, y) + \mathbf{Du}(t, x, y) - \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} = \mathbf{0} \tag{18}$$

Соотношения (15)—(18) дают основание для следующего утверждения.

Теорема 1. Если задача оптимизации (1)—(4) имеет решение $\mathbf{u}^0(t, x, y)$, то это решение единственно и определяется из следующих соотношений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} = \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \mathbf{Cz}(t, x, y) + \mathbf{Du}(t, x, y), \\ \mathbf{z}(t_0, x, y) = \mathbf{z}_0(x, y), \mathbf{z}(t, 0, y) = \mathbf{f}(t, y), \mathbf{z}(t, x, 0) = \mathbf{g}(t, x), \\ \frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial t} = \mathbf{A}^T \frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B}^T \frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial y} - \mathbf{C}^T \mathbf{p}(t, x, y) - \mathbf{Gz}(t, x, y), \\ \mathbf{p}(t_1, x, y) = \mathbf{Fz}(t_1, x, y), \mathbf{p}(t, l, y) = \mathbf{0}, \mathbf{p}(t, x, m) = \mathbf{0}, \\ \mathbf{Hu}(t, x, y) + \mathbf{D}^T \mathbf{p}(t, x, y) = \mathbf{0}, \end{array} \right. \quad (19)$$

где: символ \mathbf{A}^T обозначает транспонированную матрицу \mathbf{A} . Аналогично обозначаются транспонированные матрицы \mathbf{B} , \mathbf{C} и \mathbf{D} .

Доказательство. Система уравнений (19) составлена на основании равенств (15)—(18) путем присоединения к ним начального условия (2), граничных условий (3) и условий $\mathbf{p}(t, l, y) = \mathbf{0}$, $\mathbf{p}(t, x, m) = \mathbf{0}$.

Коэффициент при $\frac{\varepsilon^2}{2}$ в соотношении (14) равен

$$K = \int_0^l \int_0^m \delta \mathbf{z}^T(t_1, x, y) \mathbf{F} \delta \mathbf{z}(t_1, x, y) dy dx + \\ + \int_{t_0}^{t_1} \int_0^l \int_0^m \left[\delta \mathbf{z}^T(t, x, y) \mathbf{G} \delta \mathbf{z}(t, x, y) + \delta \mathbf{u}^T(t, x, y) \mathbf{H} \delta \mathbf{u}(t, x, y) \right] dy dx dt.$$

В силу положительной определенности матрицы \mathbf{H} и неотрицательной определенности матриц \mathbf{F} и \mathbf{G} имеем $K > 0$. Это означает, что управление $\mathbf{u}(t, x, y)$ реализует минимум функционала (5), следовательно, и функционала (4). Доказательство единственности оптимального управления следует из таких соображений. Пусть существует управление $\bar{\mathbf{u}}(t, x, y) = \mathbf{u}(t, x, y) + \varepsilon \delta \mathbf{u}(t, x, y)$, на котором также реализуется минимум функционала (5). Тогда приращение ΔJ равно нулю. Поскольку в этом случае выполняются равенства (19), то тогда также

и $\mathbf{K}=0$ Последнее равенство возможно в том случае, когда $\delta \mathbf{u}(t, x, y)=\mathbf{0}$ и $\delta \mathbf{z}(t, x, y)=\mathbf{0}$. Отсюда следует, что $\bar{\mathbf{u}}(t, x, y)=\mathbf{u}(t, x, y)$.

Из последнего соотношения системы (19) имеем $\mathbf{u}(t, x, y)=-\mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{p}(t, x, y)$. После подстановки этого выражение в первое из уравнений системы (19) для нахождения $\mathbf{z}(t, x, y)$ и $\mathbf{p}(t, x, y)$ получим следующую систему уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} = \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \mathbf{C} \mathbf{z}(t, x, y) - \mathbf{D} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{p}(t, x, y) \\ \mathbf{z}(t_0, x, y) = \mathbf{z}_0(x, y), \mathbf{z}(t, 0, y) = \mathbf{f}(t, y), \mathbf{z}(t, x, 0) = \mathbf{g}(t, x), \\ \frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial t} = \mathbf{A}^T \frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B}^T \frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial y} - \mathbf{C}^T \mathbf{p}(t, x, y) - \mathbf{G} \mathbf{z}(t, x, y), \\ \mathbf{p}(t_1, x, y) = \mathbf{F} \mathbf{z}(t_1, x, y), \mathbf{p}(t, l, y) = \mathbf{0}, \mathbf{p}(t, x, m) = \mathbf{0}, \end{array} \right. \quad (20)$$

Дальше ищем матричнозначную функцию $\mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)$, которая удовлетворяет соотношению

$$\mathbf{p}(t, x, y) = \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds, \quad (21)$$

где: $\mathbf{z}(t, x, y)$ и $\mathbf{p}(t, x, y)$ являются решением системы уравнений (20). Очевидно, имеем

$$\frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial t} = \int_0^l \int_0^m \left[\frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial t} \mathbf{z}(t, s, \lambda) + \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \frac{\partial \mathbf{z}(t, s, \lambda)}{\partial t} \right] d\lambda ds, \quad (22)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial x} = \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial x} \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial y} = \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial y} \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds. \quad (24)$$

Подставляя выражение (21) для в первое уравнение системы (20), находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{z}(t, s, \lambda)}{\partial t} = & \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, s, \lambda)}{\partial s} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, s, \lambda)}{\partial \lambda} + \mathbf{C} \mathbf{z}(t, s, \lambda) - \\ & - \mathbf{D} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, s, \lambda, \mu, \sigma) \mathbf{z}(t, \mu, \sigma) d\sigma d\mu. \end{aligned}$$

С учетом этого равенства первое соотношение (22) будет иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial t} = & \int_0^l \int_0^m \left[\frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial t} \mathbf{z}(t, s, \lambda) + \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, s, \lambda)}{\partial s} + \right. \\ & + \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, s, \lambda)}{\partial \lambda} + \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{C} \mathbf{z}(t, s, \lambda) - \\ & \left. - \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{D} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, s, \lambda, \mu, \sigma) \mathbf{z}(t, \mu, \sigma) d\sigma d\mu \right] d\lambda ds. \end{aligned} \quad (25)$$

Дальше в кратном интеграле

$$\int_0^l \int_0^m \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{D} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{R}(t, s, \lambda, \mu, \sigma) \mathbf{z}(t, \mu, \sigma) d\sigma d\mu d\lambda ds$$

сначала меняем порядок интегрирования по переменным λ и σ , после этого переобозначаем σ на λ и, наоборот, λ на σ . В результате получим

$$\begin{aligned}
& \int_0^l \int_0^m \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{D}\mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{R}(t, s, \lambda, \mu, \sigma) \mathbf{z}(t, \mu, \sigma) d\sigma d\mu d\lambda ds = \\
& = \int_0^l \int_0^m \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{D}\mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{R}(t, s, \lambda, \mu, \sigma) \mathbf{z}(t, \mu, \sigma) d\lambda d\mu d\sigma ds = \\
& = \int_0^l \int_0^m \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \sigma) \mathbf{D}\mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{R}(t, s, \sigma, \mu, \lambda) \mathbf{z}(t, \mu, \lambda) d\sigma d\mu d\lambda ds .
\end{aligned} \tag{26}$$

Дальше в последнем интеграле аналогично поступаем с переменными s и μ . Это приводит к следующему соотношению

$$\begin{aligned}
& \int_0^l \int_0^m \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \sigma) \mathbf{D}\mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{R}(t, s, \sigma, \mu, \lambda) \mathbf{z}(t, \mu, \lambda) d\sigma d\mu d\lambda ds = \\
& = \int_0^l \int_0^m \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \sigma) \mathbf{D}\mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{R}(t, s, \sigma, \mu, \lambda) \mathbf{z}(t, \mu, \lambda) d\sigma ds d\lambda d\mu = \\
& = \int_0^l \int_0^m \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, \mu, \sigma) \mathbf{D}\mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{R}(t, \mu, \sigma, s, \lambda) \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\sigma d\mu d\lambda ds .
\end{aligned} \tag{27}$$

Полагая $\mathbf{R}(t, x, y, 0, \lambda) = \mathbf{0}$ и $\mathbf{R}(t, x, y, l, \lambda) = \mathbf{0}$, после интегрирования по частям находим

$$\begin{aligned}
& \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, s, \lambda)}{\partial s} d\lambda ds = \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, l, \lambda) \mathbf{A} \mathbf{z}(t, l, \lambda) d\lambda - \\
& - \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, 0, \lambda) \mathbf{A} \mathbf{z}(t, 0, \lambda) d\lambda - \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial s} \mathbf{A} \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds = \\
& = - \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial s} \mathbf{A} \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds .
\end{aligned} \tag{28}$$

Подобным образом получим

$$\begin{aligned}
 & \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, s, \lambda)}{\partial \lambda} d\lambda ds = \int_0^l \mathbf{R}(t, x, y, s, m) \mathbf{B} \mathbf{z}(t, s, m) ds - \\
 & - \int_0^l \mathbf{R}(t, x, y, s, 0) \mathbf{B} \mathbf{z}(t, s, 0) ds - \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial \lambda} \mathbf{B} \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds = \\
 & = - \int_0^l \int_0^m \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial \lambda} \mathbf{B} \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds. \quad (29)
 \end{aligned}$$

С учетом равенств (21) и (22) соотношение (21) переписывается так

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial t} &= \int_0^l \int_0^m \left[\frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial s} \mathbf{A} - \right. \\
 & \left. - \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial \lambda} \mathbf{B} + \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{C} - \right. \\
 & \left. - \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, \mu, \sigma) \mathbf{D} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{R}(t, \mu, \sigma, s, \lambda) d\sigma d\mu \right] \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds. \quad (30)
 \end{aligned}$$

Аналогично, на основании второго уравнения системы (20), равенств (21), (23) и (24) находим

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathbf{p}(t, x, y)}{\partial t} &= \int_0^l \int_0^m \left[\mathbf{A}^T \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial x} + \right. \\
 & \left. + \mathbf{B}^T \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial y} - \mathbf{C}^T \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) - \right. \\
 & \left. - \delta(x-s, y-\lambda) \mathbf{G} \right] \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds, \quad (31)
 \end{aligned}$$

где: $\delta(x, y)$ — двумерная дельта-функция Дирака. Сопоставляя соотношения (30) и (31), в результате получим

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial s} \mathbf{A} - \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial \lambda} \mathbf{B} + \\
& + \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{C} - \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, \mu, \sigma) \mathbf{D} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{R}(t, \mu, \sigma, s, \lambda) d\sigma d\mu = \\
& = \mathbf{A}^T \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial x} + \mathbf{B}^T \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial y} - \\
& - \mathbf{C}^T \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) - \delta(x-s, y-\lambda) \mathbf{G}
\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial t} = \mathbf{A}^T \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial x} + \\
& + \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial s} \mathbf{A} + \mathbf{B}^T \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial y} + \\
& + \frac{\partial \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)}{\partial \lambda} \mathbf{B} - \mathbf{C}^T \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) - \\
& - \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{C} - \delta(x-s, y-\lambda) \mathbf{G} - \\
& - \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, \mu, \sigma) \mathbf{D} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{R}(t, \mu, \sigma, s, \lambda) d\sigma d\mu. \quad (32)
\end{aligned}$$

Дальше из условия

$$\mathbf{p}(t_1, x, y) = \mathbf{F} \mathbf{z}(t_1, x, y) = \int_0^l \int_0^m \delta(x-s, y-\lambda) \mathbf{F} \mathbf{z}(t_1, s, \lambda) d\lambda ds$$

и соотношения (21) находим

$$\mathbf{R}(t_1, x, y, s, \lambda) = \delta(x-s, y-\lambda) \mathbf{F}. \quad (33)$$

Подводя итоги, приходим к следующему заключению.

Теорема 2. Если задача оптимизации (1)—(4) имеет решение $\mathbf{u}^0(t, x, y)$, то его можно найти по формуле

$$\mathbf{u}^0(t, x, y) = -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{D}^T \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds,$$

где матричнозначная функция $\mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda)$ есть решением матричного интегро-дифференциального уравнения (32) с дополнительным условием (33) и граничными условиями $\mathbf{R}(t, x, y, 0, \lambda) = \mathbf{0}$ и $\mathbf{R}(t, x, y, l, \lambda) = \mathbf{0}$, а оптимальное состояние $\mathbf{z}^0(t, x, y)$ является решением матричного интегро-дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial t} = & \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial x} + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{z}(t, x, y)}{\partial y} + \mathbf{Cz}(t, x, y) - \\ & - \mathbf{DH}^{-1}\mathbf{D}^T \int_0^l \int_0^m \mathbf{R}(t, x, y, s, \lambda) \mathbf{z}(t, s, \lambda) d\lambda ds, \end{aligned}$$

удовлетворяет начальному условию (2) и граничным условиям (3).

Список литературы:

1. Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1965 — 476 с.
2. Бутковский А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1975 — 568 с.
3. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. — М.: Мир, 1972. — 414 с.
4. Лурье К.А. Оптимальное управление в задачах математической физики. М.: Наука, 1975. — 480 с.
5. Сиразетдинов Т.К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. — М.: Наука, 1977 — 480 с.

1.3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕЧЕНИИ ГАЗА НАД СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Ерунова Ирина Борисовна

канд. физ.-мат. наук, доцент,

Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»,

г. Санкт-Петербург

E-mail: irina.erunova@mail.ru

В работе рассматривается процесс движения вязкого газа над сжимаемой жидкостью как задачи с движущейся свободной границей раздела сред, на которой происходит переход из сжимаемой жидкости в вязкий газ. Существование единственного точного решения задачи об испарении несжимаемой жидкости было доказано в [1, с. 26]. В [2, с. 95] были получены оценки скорости сходимости приближенного решения нестационарной задачи о движении несжимаемой жидкости и вязкого газа. Нестационарная задача о движении вязкого газа изучалась [4, с. 365]. В настоящей работе исследуется полная система уравнений Навье-Стокса и Стефана в нестационарном случае, моделирующая процесс испарения сжимаемой жидкости. Доказывается существование единственного приближенного решения системы нестационарных термодинамических уравнений, уравнений движения вязкого газа, сжимаемой жидкости и свободной границы раздела.

Сжимаемая жидкость с плотностью $\rho_1(t, x)$, динамической вязкостью μ_1 , с коэффициентами теплопроводности λ_1 и удельной теплоемкости c_1 находится в области Ω_1 , которая ограничена сверху границей Γ , а снизу границей $S_1 = \{x \in R^3 : 0 < x_1 < l_1, 0 < x_2 < l_2, x_3 = d_1\}$. Вязкий газ с плотностью $\rho_2(t, x)$, с постоянной молекулярной вязкостью μ_2 , с коэффициентами теплопроводности λ_2 и удельной теплоемкости c_2

расположен в области Ω_2 , ограниченной снизу Γ , а сверху $S_2 = \{x \in R^3 : 0 < x_1 < l_1, 0 < x_2 < l_2, x_3 = d_2\}$.

Свободная граница Γ между жидкостью и газом не пересекается с S_1 и S_2 .

Скорость движения сжимаемой жидкости и вязкого газа $\vec{v}(t, x)$, плотности жидкости и вязкого газа $\rho_1(t, x)$ и $\rho_2(t, x)$, температура жидкости и газа $\Theta(t, x)$, перемещение $\vec{u}(t, x)$ границы раздела сред Γ в направлении \vec{n} нормали удовлетворяют нестационарным уравнениям, начальным и граничным условиям:

$$\begin{aligned} \rho_1 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho_1 (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} - \nabla S_1(\vec{v}) &= \rho_1 q_1 \vec{g} \Theta, \quad \frac{d\rho_1}{dt} + \rho_1 \nabla \cdot \vec{v} = 0, \\ c_1 \rho_1 \frac{\partial \Theta}{\partial t} - \lambda_1 \Delta \Theta + c_1 \rho_1 (\vec{v} \cdot \nabla) \Theta &= F_1, \quad x \in \Omega_1, \\ \rho_2 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho_2 (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} - \nabla S_2(\vec{v}) &= \rho_2 q_2 \vec{g} \Theta, \quad \frac{d\rho_2}{dt} + \rho_2 \nabla \cdot \vec{v} = 0, \\ c_2 \rho_2 \frac{\partial \Theta}{\partial t} - \lambda_2 \Delta \Theta + c_2 \rho_2 (\vec{v} \cdot \nabla) \Theta &= F_2 \quad x \in \Omega_2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Theta|_{s_1} &= \Theta_1, \quad \Theta|_{\Gamma} = \Theta_2, \quad \Theta|_{s_2} = \Theta_3, \quad \vec{v}|_{s_1} = 0, \quad [\vec{v}]_{\Gamma} = 0, \quad \vec{v}|_{s_2} = 0, \\ [\vec{\tau} S(\vec{v}) \vec{n}]_{\Gamma} &= 0, \quad [\vec{n} S(\vec{v}) \vec{n}]_{\Gamma} = \gamma H, \\ M \rho_1 \frac{d\vec{u}}{dt} \vec{n} &= \left[\lambda \frac{\partial \Theta}{\partial n} \right]_{\Gamma}, \quad \frac{d\vec{u}}{dt} \vec{\tau} \Big|_{\Gamma} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Theta|_{t=0} = \Theta_0(x), \quad \vec{v}|_{t=0} = \vec{v}_0(x), \quad \rho_1|_{t=0} = \rho_1^0(x), \quad \rho_2|_{t=0} = \rho_2^0(x), \quad (3)$$

где: γ — коэффициент поверхностного натяжения,

H — удвоенная кривизна Γ ,

M — удельная теплота,

$S_1(\vec{v})$ и $S_2(\vec{v})$ — тензоры напряжений с элементами

$$S_{ij} = (-p_1(\rho_1) + \mu' \operatorname{div} \vec{v}) \delta_{ij} + \mu_1 \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

и

$$S_{ij} = \left(-p_2(\rho_2) + \left(\mu_0 - \frac{2}{3} \mu_2 \right) \operatorname{div} \vec{v} \right) \delta_{ij} + \mu_2 \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right),$$

$p_1(\rho), p_2(\rho)$ — непрерывно дифференцируемые возрастающие функции $\rho > 0$, постоянные коэффициенты μ', μ_1 удовлетворяют условию $\mu' + \frac{2}{3} \mu_1 \geq 0$.

Области Ω_1, Ω_2 можно продолжить в направлении осей x_1 и x_2 с периодами l_1 и l_2 соответственно. Функции $\Theta, \vec{v}, \rho_1, \rho_2, \vec{u}$ будем считать периодическими с периодами l_1 и l_2 по x_1 и x_2 .

Приближенное решение задачи (1)—(3) находим аналогично приближенному решению в работе [3, с. 93]. Обозначим T время испарения, $h = \frac{T}{N}$ шаг по времени, $t_n = nh$ моменты по времени,

$0 \leq n \leq N$. В начальный момент времени считаем известными:

$$\begin{aligned} \Theta^0 &= \Theta_0(x), \quad \vec{v}^0 = \vec{v}_0(x), \quad \rho_1^0 = \rho_1^0(x), \quad \rho_2^0 = \rho_2^0(x), \\ \vec{u}^0 &= 0, \quad \Gamma|_{t=0} = \Gamma_0. \end{aligned}$$

Определим приближенное решение в момент времени t_{n+1} при условии, что $\Theta^n, \vec{v}^n, \rho_1^n, \rho_2^n, \vec{u}^n$ единственное приближенное решение в момент времени t_n .

Интегрируя уравнение

$$\frac{d\rho(t)}{dt} + \rho(t) \operatorname{div} \vec{v}^n = 0, \quad (4)$$

находим плотности жидкости ρ_1^{n+1} и газа ρ_2^{n+1}

$$\rho^{n+1} = \rho^n \exp(-h \operatorname{div} \vec{v}^n).$$

Вектор скорости \vec{v}^{n+1} получаем из системы уравнений Навье-Стокса:

$$\begin{aligned} \rho_1^{n+1} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho_1^{n+1} (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} - \nabla S_1(\vec{v}) &= \rho_1^{n+1} q_1 \vec{g} \Theta^n, \quad x \in \Omega_1^n, \\ \rho_2^{n+1} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho_2^{n+1} (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} - \nabla S_2(\vec{v}) &= \rho_2^{n+1} q_2 \vec{g} \Theta^n, \quad x \in \Omega_2^n, \quad (5) \\ \vec{v}|_{s_1} &= 0, \quad [\vec{v}]_{\Gamma^n} = 0, \quad \vec{v}|_{s_2} = 0, \quad [\vec{z}S(\vec{v})\vec{n}]_{\Gamma^n} = 0, \\ [\vec{n}S(\vec{v})\vec{n}]_{\Gamma^n} &= \gamma H. \end{aligned}$$

Из линейной системы уравнений в известной области $\Omega_1^n \cup \Omega_2^n$

$$\begin{aligned} c_1 \rho_1^{n+1} \frac{\partial \Theta}{\partial t} - \lambda_1 \Delta \Theta + c_1 \rho_1^{n+1} (\vec{v}^{n+1} \cdot \nabla) \Theta &= F_1, \quad x \in \Omega_1^n, \\ c_2 \rho_2^{n+1} \frac{\partial \Theta}{\partial t} - \lambda_2 \Delta \Theta + c_2 \rho_2^{n+1} (\vec{v}^{n+1} \cdot \nabla) \Theta &= F_2, \quad x \in \Omega_2^n, \quad (6) \\ \Theta|_{s_1} &= \Theta_1, \quad \Theta|_{\Gamma} = \Theta_2, \quad \Theta|_{s_2} = \Theta_3, \end{aligned}$$

имеем приближенные значения температуры Θ^n .

Приближенное перемещение \vec{u}^{n+1} свободной границы Γ^n определяем из уравнений (2) с заданными $\Theta^{n+1}, \rho_1^{n+1}$.

В каждый момент времени t_n для решения задач (5), (6) применяется метод конечного элемента аналогично его использованию в работе [3, с. 6]. В исследовании задач (5), (6) по переменной t выбирается разностная схема Кренка-Николсона.

Вводя непрерывные функции

$$\begin{aligned} &\Theta_h(t), \quad \vec{v}_h(t), \quad \rho_{1h}(t), \quad \rho_{2h}(t), \quad \vec{u}_h(t): \\ \Theta_h(t) &= \Theta^n + \frac{t-nh}{h} (\Theta^{n+1} - \Theta^n), \quad \vec{v}_h(t) = \vec{v}^n + \frac{t-nh}{h} (\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^n), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho_{1h}(t) &= \rho_1^n + \frac{t-nh}{h}(\rho_1^{n+1} - \rho_1^n), \\ \rho_{2h}(t) &= \rho_2^n + \frac{t-nh}{h}(\rho_2^{n+1} - \rho_2^n), \\ \bar{u}_h(t) &= \bar{u}^n + \frac{t-nh}{h}(\bar{u}^{n+1} - \bar{u}^n), \\ t &\in [nh, (n+1)h], 0 \leq n \leq N-1,\end{aligned}$$

приходим к следующему результату.

Пусть $F_1 \in L^2(0, T; L_2(\Omega_1))$, $F_2 \in L^2(0, T; L_2(\Omega_2))$,

$$\begin{aligned} & (\Theta_0, \bar{v}_0, \rho_1^0, \rho_2^0) \\ & \in W_2^2(\Omega_1 \cup \Omega_2) \times (W_2^2(\Omega_1 \cup \Omega_2))^3 \times W_2^1(\Omega_1) \times W_2^1(\Omega_2). \end{aligned}$$

Задача (1)—(3) имеет единственное приближённое решение

$$\begin{aligned} & (\Theta_h, \bar{v}_h, \rho_{1h}, \rho_{2h}, \bar{u}_h) \in \\ & C(0, T; W_2^2(\Omega_1 \cup \Omega_2) \times (W_2^2(\Omega_1 \cup \Omega_2))^3 \times W_2^1(\Omega_1) \times W_2^1(\Omega_2) \times (W_2^1(\Gamma))^3). \end{aligned}$$

Если

$$\begin{aligned} & (\Theta, \bar{v}, \rho_1, \rho_2, \bar{u}) \\ & \in L^2(0, T; W_2^2(\Omega_1 \cup \Omega_2) \times (W_2^2(\Omega_1 \cup \Omega_2))^3 \times W_2^1(\Omega_1) \times W_2^1(\Omega_2) \times (W_2^1(\Gamma))^3) \end{aligned}$$

точное решение задачи (1)—(3), то

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \bar{v}_h &= \bar{v} \text{ в пространстве } L^2(O, T; (L_2(\Omega_2))^3), \\ \lim_{h \rightarrow 0} \Theta_h &= \Theta \text{ в } L^2(O, T; L_2(\Omega_1 \cup \Omega_2)), \\ \lim_{h \rightarrow 0} \bar{u}_h &= \bar{u} \text{ в } L^2(O, T; (L_2(\Gamma))^3). \end{aligned}$$

Список литературы:

1. Ерунова И.Б., Ривкинд В.Я.. Исследование задачи об испарении жидкости // Вестник Ленингр. университета, 1991, вып. 2, № 8. С. 22—27.
2. Ерунова И.Б. Об оценках скорости сходимости приближенного расчёта нестационарного потока газа над жидкостью // Материалы V Международной научно-практической конференции «Актуальные вопросы науки», 2012. — М.: «Спутник». С. 92—95.
3. Erunova I., Neittaanmaki P. Convergence estimates for approximation of the steady flow liquid and gas over a solid. Report 18, 1997. — Jyvaskyla: University of Jyvaskyla. — 15 p.
4. Solonnikov V.A. and Tani A.. Free boundary problem for a viscous compressible flow with surface for the stationary Navier-Stokes system // Partial differential equations, Warsaw, 1983, Vol. 10, P. 361—403.

СЕКЦИЯ 2.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

2.1. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В АЛГОРИТМИЧЕСКОЙ КОМПОЗИЦИИ. ГЕНЕТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ И МУРАВЬИНЫЙ АЛГОРИТМ

Славцик Арсений Алексеевич

*аспирант Сибирского Федерального Университета,
Институт Космических и Информационных Технологий, НУЛ САПР
E-mail: arssanderson@yandex.ru*

Эволюционные вычисления в широком смысле можно определить как область информатики, в которой используются вычислительные модели, аналогичные идеям Дарвиновского эволюционного процесса. Существует огромное множество методов оптимизации на основе эволюционных методов (например, муравьиный алгоритм, алгоритм имитации отжига). Для решения задач алгоритмической композиции (процесса генерации музыкальных отрывков, мелодий и произведений с помощью вычислительных методов) на данный момент используются четыре: генетические алгоритмы, один из методов роевого интеллекта — муравьиный алгоритм, Л-системы, и клеточные автоматы [4, с. 7—9]. В данной статье будет дан обзор первых двух.

Генетический алгоритм (ГА) — это эвристический алгоритм поиска, используемый для решения задач оптимизации и моделирования путём случайного подбора, комбинирования и вариации искоемых параметров с использованием механизмов, напоминающих биологическую эволюцию.

В общем смысле работа генетического алгоритма начинается с применения эквивалента биологического образования новых генов

на пространство случайно распределенных решений для нахождения в итоге оптимального набора [5, с. 3—6].

Решения представлены хромосомами, а строки аллель — строками чисел, и задача рекомбинации генов заключается в создании новых аллелей из аллель, взятых от родительских хромосом посредством применения генетических операторов, в большинстве случаев это — мутация и скрещивание. Перебирание хромосом продолжается до достижения определенного условия экстремума. Генетические алгоритмы в задаче алгоритмической композиции разделяются по виду использованной фитнес-функции — степень приспособленности хромосом может быть оценена исходя из заранее заданных определенных условий, либо может быть непосредственно человеком при прослушивании и субъективной оценке.

Первыми целесообразность применения ГА для моделирования музыкального творчества обосновали профессор кафедры компьютерных наук Гонг-Конгского университета Эндрю Хорнер и профессор кафедры индустриальной инженерии Университета Иллинойса Дэвид Голдберг в 1991 году [3, с. 479—482].

Первыми успешными исследованиями в области применения генетических алгоритмов в генеративной музыке можно считать Джона Бильса — профессора Рочестерского института технологий (Нью-Йорк, США). Он использовал его для имитации джазовой импровизации в собственном ПО GenJam (GJ) [1, с. 1—8]. Данная программа читает заранее подготовленные MIDI файлы, включающие партию аккордов пианино, баса, и ритм-секции, и генерирует соло. Оценка происходит посредством человеческого восприятия. Посредством команд ‘g’ или “b” слушатель оценивает сгенерированные куски как удачные или нет, соответственно.

Главная новаторская сущность GJ заключается в двух главных отличиях — во-первых GJ использует оперирует двумя популяциями — тактов и фраз, а также то, что GJ использует целую популяцию тактов и фраз для построения соло, а не один «лучший» отрывок.

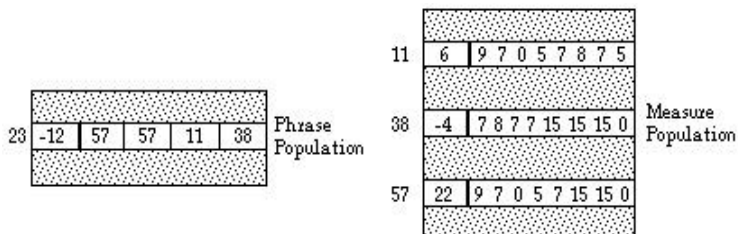


Рисунок 1. Пример фразы и ее тактов

В обеих популяциях, число слева от жирной линии представляет собой значение фитнес-функции, а остальные числа — хромосомы.

Индивиды в тактовой популяции состоят из значения фитнес-функции и хромосомы, которые интерпретируются как серия 8 событий, по одному на каждую из восьмеричных нот. Существует три типа событий: новая нота (нота плюс окончание ноты), пауза (окончание предыдущей ноты), и фермата (продолжение предыдущей ноты).

Такт и фраза инициализируются посредством генерации произвольной битовой строки соответствующей длины. Значение фитнес-функции равно 0. Для фраз строки случайно распределены. Для тактов строки выглядят как восемь четырехбитовых событий (0—15, где 0 — пауза, 15 — фермата, а 1—14 новые ноты). Вероятность наступления паузы 5—24, а новой ноты — 1—24.

В GJ генетические операторы (отбор, замещение, мутация, турнир) используются следующим образом. Четыре индивида отбираются случайно для формирования семьи. Из четырех индивидов два с самой высокой фитнес-функцией отбираются как родители, а два худших замещаются двумя из следующего поколения.

GJ оперирует шестью операторами мутации:

1. Отсутствие мутации (фраза подходит по критериям);
2. реверс (выстраивает фразу в обратном порядке);
3. поворот вправо (сдвигает последовательность в сторону первой ноты);
4. суперфраза (генерирует новую фразу из четырех лучших индивидов трех прошедших турниров);
5. разжижитель (решает проблему сходимости генетического алгоритма на одном «супериндивиде» — добавляет случайный такт в фразу);

б. сирота (генерирует новую фразу выбирая победителей четырех независимых турниров, причем победители самые редко встречающиеся такты в популяции).

Далее, на основании оценки слушателя, в соответствии с аккордовой последовательностью выбираются наиболее приемлемые и подходящие популяции.

Муравьиный алгоритм. МА — это один из методов так называемого роевого интеллекта [2, с. 41—49]. Рой обычно превращается в пространственно-временные структуры за счет процесса самоорганизации. Данный процесс происходит за счет текущей динамики роевых структур, а не за счет какого-то центрального управления. Роевые особи взаимодействуют друг с другом на протяжении долго периода времени, модифицируя окружающую среду за счет сигмергии — механизма непрямого взаимодействия агента и действия. Принцип сигмергии в том, что след, оставленный в окружающей среде посредством действия стимулирует возникновение следующего действия того же или другого агента. И тогда последующие действия начинают усиливать друг друга и строиться за счет друг друга, приводя к спонтанному появлению очевидной систематической активности. В цифровой интерпретации виртуальный рой визуализируется на более абстрактном уровне — он представляет собой набор локальных правил и взаимодействий между цифровыми единицами.

В биологическом смысле, муравьи ходят в случайном порядке до обнаружения источника продовольствия. После этого они возвращаются в колонию, оставляя за собой феромонные тропы, которые находят остальные муравьи колонии, и, с большой вероятностью, следуют именно им. Вместо отслеживания цепочки, остальные муравьи укрепляют феромонный след в случае нахождения еды. Спустя некоторое время феромонная тропа начинает испаряться, тем самым уменьшая свою привлекательную силу. Чем больше время, требуемое для прохождения пути до цели и обратно, тем сильнее испарение феромонной тропы. На коротком пути, например, прохождение будет более быстрым, и, исходя из этого, плотность феромонов останется высокой. Испарение феромонов также имеет свойство избегания стремления к локально-оптимальному решению. Если бы феромоны не испарялись, то путь, выбранный первым, был бы самым привлекательным. В этом случае, исследования пространственных решений были бы ограниченными.

Уровни описания муравьиного алгоритма строятся на иерархической структуре Западной музыки: микро (от долей секунды

до секунды), мини (нота, от секунды до нескольких), мезо (мелодия, ритмическая структура, от нескольких секунд до десятков), макро (архитектура композиции, несколько минут).

Одно из самых известных воплощений роевого алгоритма — Интерактивная импровизационная система SWARMUSIC Тима Блэквелла, Университет Суссекса. Суть работы программы заключается в следующем: музыкальное пространство наполнено музыкальными событиями, каждое из которых отвечает за ноту, сыгранную в определенное время с точной громкостью. Таким образом, три оси музыкального пространства это — громкость, импульс и высота ноты. А любое музыкальное событие имеет три координаты $\{X_j\} = (X_{loudness}, X_{pulse}, X_{pitch})$ и принадлежит интервалу $[X_j \min, X_j \max]$. Система имеет несколько независимых subsystem, каждая из которых отвечает за рой в составе мультироя, и имеет три функции: захват, анимация, и интерпретация. Каждая из частиц роя привязана к одному или более из четырех ускорителей: ускорение к центру массы роя, к целевой группе центра массы, к частичной цели отталкивающее ускорение от окрестности частицы. Ускорители обеспечивают равновесность индивидуального и группового поведения. Например, межчастичное отталкивание производит контроль за ускорением в сторону центра масс и, таким образом, предупреждает коллапс, связанный с группированием нот в блоки и проигрыванием одинаковых нот.

Список литературы:

1. Biles J.A. GenJam: A Genetic Algorithm for Generating Jazz Solos. Proceedings of the 1994 International Computer Music Conference. San Francisco: International Computer Music Association, 1994, 1—8 с.
2. Blackwell T.M. Swarm music: Improvised music with multi-swarms. In Proc. The 2003 AISB Symposium on Artificial Intelligence and Creativity in Arts and Science. 2003, 41—49 с.
3. Horner A., Goldberg D.E. Genetic Algorithms and Computer-Assisted Music Composition. Proceedings of the 1991 International Computer Music Conference. San Francisco: International Computer Music Association. 1991, 479—482 с.
4. Miranda E. Evolutionary Computer Music. Springer-Verlag London Series, 2007, 7—10 с.
5. Papadopoulos G. AI Methods for Algorithmic Composition: A survey, a Critical View and Future Prospects. AISB Symposium on Musical Creativity, 1999, 3—6 с.

РАСПОЗНАВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ КОМПЛЕКСОМ ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИХ МАСОК С ФИЛЬТРАЦИЕЙ

Шамин Павел Юрьевич

*канд. техн. наук, инженер-программист ИВЦ ВлГУ,
г. Владимир
E-mail: trace83@mail.ru*

Номан Мустафа Абдулла Али

*аспирант ВлГУ,
г. Владимир*

Хорьков Кирилл Сергеевич

*аспирант ВлГУ,
г. Владимир
E-mail: freed@mail.ru*

*Данная работа выполнена в рамках НИР по госзаданию «Наука»
(Регистрационный номер: 8.3303.2011 от 23.11.2011).*

Одним из востребованных подходов в области анализа изображений является исследование его с помощью дифференцирующих масок, выделяющих ту или иную информацию (см., например [3]). В данной статье рассматривается метод сравнения фрагментов изображения по текстурным признакам с использованием согласованного набора дифференцирующих масок. В более ранней статье [1] нами предлагался подобный метод для сравнения изображений лиц. В настоящей статье используется модификация, этого метода, основанная на применении определённого вида фильтрации. Рассматриваемый подход может иметь применение в задачах машинного зрения, автоматизированного анализа и сегментации изображений.

Метод применим к растровым полутоновым двумерным изображениям, полученным, например, с помощью электронной микроскопии. Результаты, приведённые в данной статье получены на изображении, приведённом на рис. 1.

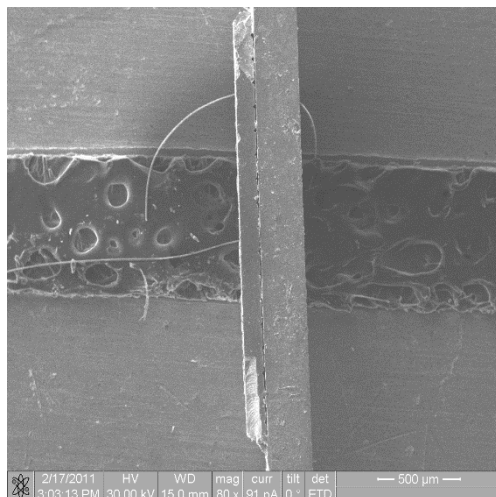


Рисунок 1. Изображение участка микросхемы, полученное с использованием электронного микроскопа

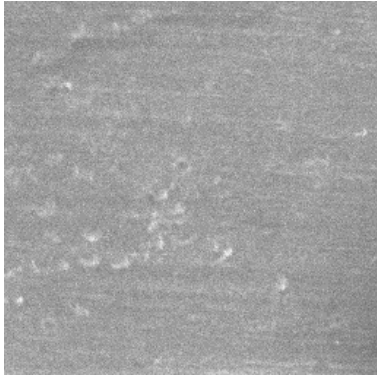
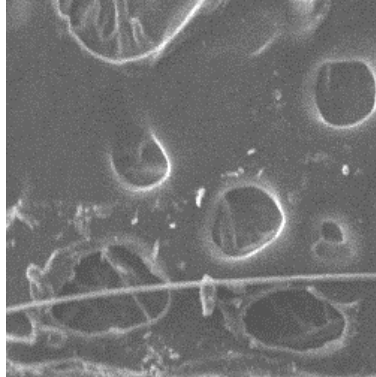
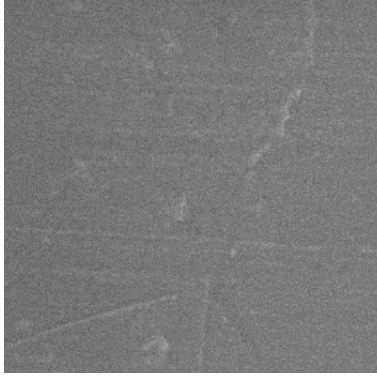
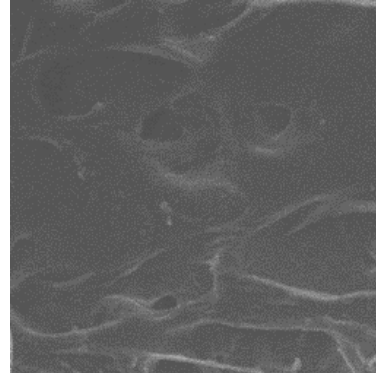
Ставится задача классификации фрагментов этого изображения по текстуре на два класса («класс а» и «класс б»). Примеры изображений обоих классов приведены в таблице 1.

Базовая часть метода основана на использовании текстурных фильтров Фрея-Чена [2] и аналогична рассмотренной нами в [1], основная же идея фильтрации заключается в следующем: значительная часть большинства реальных изображений неинформативна (является «гладкой», не содержит полезной информации о неоднородностях текстуры изображения). Использование таких частей изображения опасно, поскольку ничтожные значения величин A , B , C , D^1 — энергий градиента, пульсации, линии и лапласиана образуют между собой практически случайные соотношения и, в итоге, искажают вид порядковой гистограммы в том варианте, в котором она описана в исходной статье.

¹ Смысл этих величин и способ построения порядковых гистограмм описаны в [1].

Таблица 1.

Фрагменты тестового изображения с различной текстурой

Примеры фрагментов типа «а»	Примеры фрагментов типа «b»
	
	

Предлагается следующий метод борьбы с этим явлением: исключать из рассмотрения часть пикселей изображения, на которых энергия константы E превышает заданный процент от суммы всех пяти величин. Для этого в каждой точке изображения вводится величина R матрица значений которой для изображения Y может быть выражена через матрицы A, B, C, D, E следующим образом:

$$R = R(Y) = E(Y) \div (A(Y) + B(Y) + C(Y) + D(Y) + E(Y)),$$

где: \div — операция поэлементного вычисления частного от деления.

Задав порог d для бинаризации величины R , можно получить бинарную матрицу W :

$$W_{i,j} = \begin{cases} 1, R_{i,j} > d \\ 0, R_{i,j} \leq d \end{cases}$$

Данная матрица может быть использована при построении порядковой гистограммы, характеризующей текстурные признаки изображения, следующим образом: элементы матриц A , B , C , D соответствующие единичным элементам матрицы W , считаются неинформативными и не используются.

Вопрос оптимального выбора порога d требует отдельного исследования, очевидно, его следует выбирать из соображений сохранения достаточной доли пикселей изображения, участвующих в анализе. В частности, результаты, приведённые в данной статье, были получены при пороге $d = 0,995$.

Примеры фрагментов тестового изображения с различной текстурой и соответствующих им матриц для $d = 0,995$ приведены в таблице 2.

После построения порядковых гистограмм сравнение фрагментов изображения производится по следующему принципу: вычисление расстояний по метрике L_1 последующим принятием решения по пороговому критерию.

Результаты вычисления расстояния по метрике L_1 между парами тестовых изображений приведены в таблице 3, из которой видно, что существует порог, который позволяет разделить по величине внутриклассовые и межклассовые расстояния (то есть расстояния между парой изображений одного класса, таких как, например, два фрагмента типа «а», и различных классов — фрагмент типа «а» и фрагмент типа «б»). В частности, если выбрать порог принятия решения о принадлежности фрагментов изображения к одному классу равным 0,3, то ниже него окажутся только внутриклассовые расстояния (выделены зелёным в таблице 3). Ряд параметров, косвенно характеризующих качество различения приведён также в таблице 4.

Таблица 2.

Фрагменты тестового изображения и их матрицы W

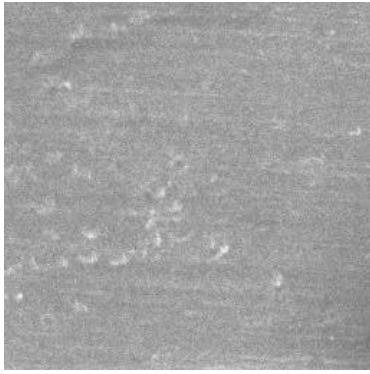
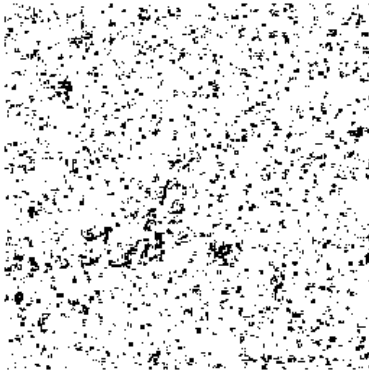
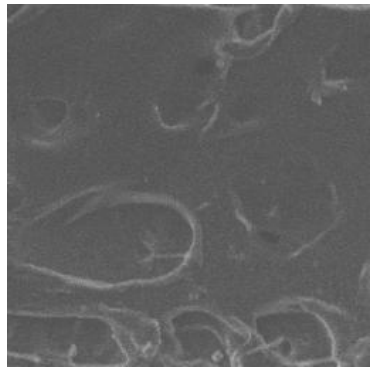

Примеры фрагментов изображения	Матрицы «информативных областей»
	
	

Таблица 3.

Расстояния между тестовыми изображениями по метрике L_1

-	a1	a2	a3	a4	b1	b2	b3	b4
a1	0	0,111115	0,20636	0,182098	0,288971	0,226929	0,318756	0,299835
a2	0,111115	0	0,108521	0,086151	0,304779	0,244781	0,319885	0,298187
a3	0,20636	0,108521	0	0,026733	0,318359	0,26709	0,24176	0,23172
a4	0,182098	0,086151	0,026733	0	0,303772	0,252228	0,256653	0,23642
b1	0,288971	0,304779	0,318359	0,303772	0	0,072296	0,211853	0,201935
b2	0,226929	0,244781	0,26709	0,252228	0,072296	0	0,189575	0,173065
b3	0,318756	0,319885	0,24176	0,256653	0,211853	0,189575	0	0,033142
b4	0,299835	0,298187	0,23172	0,23642	0,201935	0,173065	0,033142	0

Таблица 4.

Полученные соотношения между расстояниями

Параметр	Без фильтрации (d=1)	С фильтрацией (d=0,995)
Среднее внутриклассовое расстояние:	0,13357	0,119539
Среднее межклассовое расстояние:	0,275633	0,722243
Среднее отношение межклассового расстояния к внутриклассовому:	2,063578	6,041928
Максимальное внутриклассовое расстояние:	0,211853	0,238787
Минимальное межклассовое расстояние:	0,226929	0,574167
Наихудшее отношение межклассового расстояния к внутриклассовому:	1,071161	2,404518

Как видно из таблицы 4, метод с фильтрацией обеспечивает гораздо более качественное разделение классов текстур изображений (фрагмент типа «a») и фрагмент типа «b»).

С учётом полученных результатов можно рекомендовать данный подход (в том числе с другими наборами дифференцирующих масок) для применения в различных радиотехнических системах, решающих задачи компьютерного зрения, анализа изображений и сигналов, например для целей сегментации, выделения специфических областей

изображения, автоматического позиционирования по изображению и т. д.

Список литературы:

1. Звягин М.Ю. Распознавание людей по изображению лица с использованием текстурных характеристик / М.Ю. Звягин, В.Г. Прокошев, О.А. Новикова, П.Ю. Шамин // Труды XVII Всероссийской научно-методической конференции «Телематика'2010» Том 1. Секция А. — 21—24 июня 2010 года, СПб. — С. 257—259. — ISBN 978-5-7577-0354-1.
2. Шапиро Л. Компьютерное зрение / Л. Шапиро, Дж. Стокман; Пер. с англ. — М.: Бином. Лаборатория знаний, 2006. — 752 с. — ISBN 0-13-030796-3 (англ.), ISBN 5-94774-384-1 (русск.).
3. Грузман И.С. Синтез оптимальных дифференциаторов для алгоритма обнаружения локально ориентированных текстур // Компьютерная оптика, том 36, № 1, 2012 г. — С. 109—114.

ПОИСК РЕШЕНИЯ ДЛЯ ЧАСТНОГО СЛУЧАЯ ОДНОЙ NP -ТРУДНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ РАСПИСАНИЙ

Шпеник Татьяна Борисовна

*старший преподаватель кафедры компьютерных систем и сетей
Ужгородского Национального университета,*

г. Ужгород

E-mail: inga211204@mail.ru

Предлагается алгоритм поиска оптимального решения для задачи теории расписаний, которая принадлежит классу NP -трудных [1, с. 252]. К данному классу относится большинство задач теории расписаний и реализация поиска их оптимального решения требует больших временных затрат. Поэтому исследование свойств оптимальных расписаний и построение на их основе эффективных приближенных алгоритмов [2, с. 52], а также точных алгоритмов решения частных случаев задач [3, с. 157], [4, с. 118] являются актуальными проблемами в теории расписаний. Причем, как показывает практика, многие NP -трудные задачи остаются трудными и с точки зрения нахождения нетривиальных приближенных решений. Обзор публикаций показывает, что интерес представляет случай, когда работы обслуживаются приборами разной производительности.

В данной работе рассматривается следующая задача. В обслуживающую систему параллельных приборов $M = \{1, \dots, m\}$ одновременно (в момент времени $d = 0$) поступает конечное множество $N = \{1, \dots, n\}$ независимых работ, каждая из которых $i \in N$ должна быть выполнена не позднее установленного, общего для всех работ, директивного срока D . Задано время t_i , необходимое для выполнения работы $i \in N$ прибором с производительностью $\alpha = 1$, а также производительность α_j каждого из приборов $j \in M$. Время t_i^j , необходимое для выполнения работы i прибором j , вычисляется по формуле

$$t_i^j = t_i \cdot \alpha_j, \quad i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, m.$$

Величину t_i назовем длительностью работы i ($i = 1, \dots, n$). Очевидно, что каждый из приборов j ($j = 1, \dots, m$), за время D может выполнить работы суммарной длительностью $D \cdot \alpha_j$. Прерывания процесса выполнения работ запрещены.

Рассматриваемая обслуживающая система является одностадийной, а именно:

- каждый прибор $j \in M$ может выполнять любую работу $i \in N$;
- в произвольный момент времени $t \in (0, D]$ каждая работа $i \in N$ выполняется не более, чем одним прибором, и каждый прибор $j \in M$ выполняет не больше одной работы.

Приборы не выходят из строя, и переход от выполнения одной работы к другой осуществляется моментально, без затрат времени.

Необходимо найти минимальное число M^{\min} обслуживающих приборов, которые обеспечат завершение выполнения всех работ до заданного момента времени $D \geq \max_{i \in N} t_i$. Данная задача, являясь

NP -трудной в случае, когда прерывания процесса выполнения работ запрещены, становится тривиальной, когда прерывания разрешены.

В этом случае

$$M^{\min} = \left\lceil \frac{\sum_{i \in N} t_i}{D} \right\rceil$$

где: $\lceil x \rceil$ — наименьшее целое число такое, что $x \leq \lceil x \rceil$.

Далее будем считать, что работы перенумерованы в порядке не возрастания их длительностей, а именно

$$t_i \geq t_{i+1}, \quad i = 1, \dots, n-1,$$

а приборы — в порядке не возрастания их производительностей, то есть

$$\alpha_j \geq \alpha_{j+1}, \quad j = 1, \dots, m-1.$$

Теорема. Существует оптимальное (по количеству приборов) расписание выполнения работ, в котором для произвольного прибора $k = 1, 2, \dots, M-1$ справедлива система неравенств

$$D \cdot \alpha_j - T_k < t_i^j, \quad i = 1, 2, \dots, r_j, \quad j = k+1, \dots, M. \quad (1)$$

Здесь M — количество приборов, которые заняты выполнением работ, T_k — момент завершения выполнения работ прибором k , t_i^j — время выполнения работы, которая выполняется прибором j i -й по порядку, r_j — количество работ, которое выполняется прибором j .

Доказательство. Рассмотрим оптимальное расписание S . Допустим, что для некоторого прибора k условие (1) не выполняется. Тогда существуют такие $j > k$ и $i \leq r_j$, что $D \cdot \alpha_j - T_k \geq t_i^j$, то есть некоторая работа q , которая в расписании S выполняется прибором j , может быть выполнена прибором k вместе с другими работами. Таким образом, можно построить новое расписание

выполнения работ S' , в котором работу q назначено на выполнение прибором k , а для всех других работ распределение по приборам сохранено таким же, как и в расписании S . Очевидно, что количество приборов, занятых выполнением работ в расписании S' не увеличилось и расписание допустимое, а по этому и оптимальное. Если для расписания S' условие (1) выполняется, то теорема доказана, иначе к расписанию S' используем аналогичные рассуждения и построим следующее оптимальное расписание. Учитывая, что количество работ и приборов конечны, и при переходе от расписания S к расписанию S' для одной из работ номер прибора, который ее обслуживает, уменьшается, то за конечное количество шагов можно построить оптимальное расписание, для которого условие (1) выполняется. Теорема доказана.

Из доказанной теоремы следует, что при решении задачи можно ограничиться рассмотрением расписаний, для которых имеют место неравенства (1). Каждому такому расписанию поставим в соответствие перестановку $\pi = (V_{11}, V_{21}, \dots, V_{r_1 1}, \dots, V_{r_M M})$, где M — количество приборов, которые заняты выполнением работ, r_j — количество работ, а $V_{1j}, V_{2j}, \dots, V_{r_j j}$ — последовательность номеров работ, которые выполнены прибором j .

Теоретически оптимальным будем считать расписание, которому соответствует число приборов

$$M_{\text{теор}} = \left\lceil \frac{\sum_{i \in N} t_i}{D} \right\rceil, \quad (2)$$

(данную величину будем рассматривать как нижнюю оценку количества приборов в оптимальном расписании).

Разработанный алгоритм состоит в построении начального допустимого расписания на нулевом этапе, и последовательном улучшении расписания на последующих этапах.

Алгоритм.

0-й этап. k -й шаг ($k = 1, 2, \dots$). На k -м шаге строится расписание выполнения работ k -м прибором. Пусть для k -го прибора определены первые r работ (исходное $r=0$). Обозначим через B_p множество

невыполненных работ $l \in N$, для которых $l > p$ (на нулевом этапе $p = 0$). Для каждого $l \in B_p$ вычислим $t_l^k = t_l \cdot \alpha_k$. Через S_{rk} обозначим момент времени завершения выполнения первых r работ k -м прибором ($S_{0k} = 0$).

Если выполнение k -м прибором любой из невыполненных работ $l \in B_p$ (на нулевом этапе $p = 0$) невозможно, то есть условие

$$S_{rk} + t_l^k \leq D \cdot \alpha_k \quad (3)$$

не выполняется, будем считать, что k -й прибор загружен числом работ, которое равно r , а номера работ, которые выполнены данным прибором, образуют перестановку π_k .

Если условие (3) выполняется для некоторых $l \in B_p$, то среди таких работ выбирается работа с наименьшим номером и включается в расписание выполнения работ k -м прибором, а r , соответственно, увеличивается на единицу. Процесс повторяется до тех пор, пока прибор с номером k не будет загружен или пока не будут выполнены все работы.

Как только k -й прибор загружен, определяется

$$\delta_k = D \cdot \alpha_k - S_{rk} \geq 0 \quad (4)$$

и выполняется переход на $(k + 1)$ -й шаг. При этом для каждого $i \in B_p$ вычисляется $t_i = \frac{t_i^k}{\alpha_k}$, то есть последовательность величин t_i , где i принадлежит множеству невыполненных работ B_p , восстанавливается.

Когда все работы выполнены, мы получим некоторое допустимое расписание, в котором работы выполняются на $M_{практ}$ приборах и перестановку $\pi^0 = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{M_{практ}})$. В случае, когда

$M_{\text{практ}} = M_{\text{теор}}$ мы, очевидно, получим оптимальное решение и искомую величину M^{min} (она равняется $M_{\text{теор}}$).

В случае, когда $M_{\text{практ}} > M_{\text{теор}}$, переходим к следующему этапу алгоритма, пытаемся построить расписание выполнения работ на M_j приборах, где $M_{\text{теор}} \leq M_j < M_{\text{практ}}$.

j -й этап ($j = 1, 2, \dots$). На j -м этапе выполняется построение допустимого решения задачи для M_j приборов, где

$$M_j = \frac{M_{\text{ниж}} + M_{\text{верх}}}{2}. \quad (5)$$

Выбор M_j из формулы (5) реализует поиск оптимального расписания методом дихотомии. На первом шаге в качестве $M_{\text{ниж}}$ выбирается $M_{\text{теор}}$, которое вычислено согласно (2), а в качестве $M_{\text{верх}}$ выбирается $M_{\text{практ}} - 1$.

Из построения расписания на $(M_{\text{верх}} + 1)$ -м приборе, очевидно, следует, что в случае, когда расписание выполнения работ на M_j приборах существует, то соответствующая ему перестановка π^j будет лексикографически больше перестановки π^{j-1} . По этому работы включаются в порядке их следования в π^{j-1} .

Пусть

$$k_j = \min \left\{ i \left| \sum_{l=1}^i \delta_l \geq \Delta \right. \right\},$$

Где

$$\Delta = M_j \cdot D - \bar{\alpha} \sum_{i=1}^n t_i, \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{M_j}}{M_j}.$$

Величину Δ будем называть максимально допустимым простоем для M_j приборов. Работы, которые выполнялись прибором i , где $i > k$, считаются невыполненными. Поставим $k = k_j$ и перейдем на k -й шаг.

k -й шаг ($k = 1, 2, \dots$). Будем считать, что расписание выполнения работ приборами $1, 2, \dots, k$ является фиксированным из предыдущего расписания. Для каждого $i \in B_p$ вычислим $t_i^k = t_i \cdot \alpha_k$. Условие (3) остается условием загруженности k -го прибора. Схема, согласно которой он загружается, та же, что и на нулевом этапе.

Как только k -й прибор загружен, из (4) определяется δ_k и выполняется проверка следующего условия:

$$\sum_{i=1}^k \delta_i \leq \Delta. \quad (6)$$

Если условие (6) удовлетворяется, то возможны случаи:

1. все работы выполнены. В этом случае расписание выполнения работ на M_j приборах построено и переходим к $(j+1)$ -му этапу, приняв $M_{\text{верх}} = M_j - 1$, а последовательность величин t_i , $i = 1, 2, \dots, n$, приводим к ее первоначальному виду.

2. работы выполнены не все. Тогда последовательность величин t_i , где i принадлежит множеству невыполненных работ B_p , восстанавливаем и переходим на $(k+1)$ -й шаг j -го этапа.

Если условие (6) не удовлетворяется, то из последовательности работ, которые выполняются на k -м приборе, исключается последняя. Пусть это работа с номером p . Если условия

$$B_p \neq \emptyset \quad (7)$$

и

$$\sum_{i \in B_p} t_i^k - t_p^k \geq \sum_{i=1}^k \delta_k - \Delta \quad (8)$$

выполняются (если условие (8) нарушается, то даже при выполнении всех работ $i \in B_p$ на k -м приборе условие (6) не выполняется), то начиная с работы $l = \min \{i \in B_p\}$, загрузка k -го прибора работами осуществляется согласно предыдущей схеме. Таким образом, если после загрузки k -го прибора и перерасчета δ_k по формуле (4) условие (6) выполняется, то выполняется переход на $(k + 1)$ -й шаг.

Если хотя бы одно из условий (6)—(8) не выполняется и $k > 1$, то выполняется переход на $(k - 1)$ -й шаг (при этом последняя в списке выполненных этим прибором работ исключается из расписания и в качестве p используется при его загрузке). Если же $k = 1$, то расписания выполнения работ на M_j приборах не существует.

В случае, когда с учетом (6), для выбранного значения M_j расписания построить не удалось, уточняется $M_{ниж} = M_j + 1$ и выполнение алгоритма продолжается, начиная с $(j + 1)$ -го этапа, где последовательности величин $t_i, i = 1, 2, \dots, n$ придается исходный вид и строится расписание выполнения работ на $M_j + 1$ приборах.

Процесс повторяется до тех пор, пока $M_{ниж} \leq M_{верх}$.

Конец алгоритма.

В результате выполнения алгоритма будет построена лексикографически возрастающая по π^j последовательность расписаний. Оптимальным, по количеству приборов, расписание будет последнее построенное допустимое расписание, где выполнение работ осуществляется на $M_{верх} + 1$ приборах.

Список литературы:

1. Лазарев А.А., Гафаров Е.Р. Теория расписаний. Задачи и алгоритмы. — М.: МГУ, 2011. — 222 с.
2. Кузюрин Н.Н., Фомин С.А. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений. — М.: МФТИ, 2007. — 326 с.
3. Joseph Y.-T. Leung (Ed.) Handbook of Scheduling. Algorithms, Models, and Performance Analysis. Boca Raton, FL, USA: Chapman & Hall / CRC, 2004. — 1216 с.
4. Кузка А.И., Шпенник Т.Б. Алгоритм последовательного анализа вариантов для минимизации числа приборов в задаче составления расписания, удовлетворяющего директивным срокам // Кибернетика и системный анализ. — 2000. — № 5. — С. 118—123.

2.2. МЕТОДЫ И СИСТЕМЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ, ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

ВОЗМОЖНЫЕ СПОСОБЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИИ ОТ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПО СКРЫТОМУ КАНАЛУ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОННОЙ ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ

Куржеевский Игорь Владимирович
старший преподаватель

Бродовская Виолетта Владимировна
студент

Папкина Анна Станиславовна
студент

Шумкова Алина Андреевна
студент Академия военно-морских сил имени П.С. Нахимова,
Севастопольский национальный технический университет
г. Севастополь
E-mail: violetta94@yandex.ru

В вычислительных сетях возможно создание скрытого канала передачи данных при использовании алгоритмов электронной цифровой подписи (ЭЦП). Скрытый канал — непредусмотренный разработчиком коммуникационный канал, по которому могут быть переданы сообщения. Впервые концепцию создания скрытого канала предложил Г. Симмонс, на основе криптограмм, внедряя в них дополнительную информацию. Описанные им алгоритмы, опираются на свойства операций в кольце, и подмену генерируемого случайного числа. Был приведен «типичный» протокол скрытого канала: отправитель, используя секретный ключ, общий с получателем, подписывает невинное сообщение, пряча в подписи скрытое сообщение, создавая скрытый канал с помощью обычных алгоритмов цифровой подписи [5; 4].

Допустим, для реализации скрытого канала связи абоненты А и В обмениваются секретными сообщениями, и не хотят, чтобы кто-либо узнал их содержание. В таком случае А и В могут просто шифровать свои сообщения с помощью симметричной или асимметричной криптосистемы. Но что, если некоторая проверяющая сторона С, облеченная властью, может заставить А и В открыть свои ключи и, тем самым, прочесть содержание посланных писем [3]. Тогда абоненту А и В стоит передавать свои сообщения по скрытому каналу связи. Абонент А, желая отправить абоненту В тайное послание, берет некоторый электронный документ, подписывает его цифровой подписью, встроив в нее тайное сообщение (послание) и отправляет по открытому каналу связи. Проверяющая сторона С перехватив сообщение, проверяет подпись под ним, и, не встретив ничего подозрительного, успокаивается. Абонент В, получив послание, выбрасывает обычное сообщение и извлекает из подписи тайное послание.

Примерами этого могут быть ЭЦП на основе Онга-Шнорра-Шамира и Эль-Гамая:

I. Для реализации скрытого канала связи на основе ЭЦП Онга-Шнорра-Шамира, абонент А создает несекретное электронное цифровое письмо, которое подписывает своей ЭЦП. Рассмотрим алгоритм создания скрытого канала передачи данных:

1. Необходимо сгенерировать простое число p .

$p:=20965_57522_55599_48381_65640_12682_89294_80366_27757_04125_85321$.

2. Необходимо сгенерировать простое число q .

$q:=524_13938_06389_98709_54141_00317_07232_37009_15693_92603_14633$.

3. Найдем произведение простых чисел p и q ,

$$n = p \times q;$$

$n=109_88883_61346_53270_11519_55309_94082_21433_82869_49067_30074_98751_09077_70284_21779_75910_88737_35685_76934_77622_54173_02193$.

4. Абонент А выбирает случайное число k взаимно простое с числом n ($k,n)=1$ в качестве секретного ключа, и безопасным образом передает абоненту В. $k=101_38471_35900_09972_41845_07521_12418_54002_29300_24391_39080_52433_88030_17857_85033_54028_57616_38594_50522_62960_45698_08558$.

5. Вычисляем открытый ключ ЭЦП по формуле:

$$h = -k^{-2} \pmod{n};$$

$h=106_87870_09061_52833_61191_83933_52053_17318_65530_00$
 $604_35905_82962_46703_49048_65535_67486_08392_19351_49936_288$
 $45_03235_29065.$

6. Находим M — хэш-значение документа.

$M:=1382_84847_09165_00511_11918_70517_30116_45583_99521_$
 $29616.$

7. Скрытое сообщение, (например: «Явка провалена Петров предатель, связь по запасному каналу.»), зашифровываем в виде числа r .

$r=33341_20134_17181_60301_13061_50134_17062_01816_03341_$
 $71806_05012_00613_28341_90333.$

8. Вычисляем первую часть ЭЦП, по формуле:

$$S_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{M}{r} + r \right) \pmod{n}$$

$S_1=108_26089_00102_01367_24697_41536_81577_31147_90246_2$
 $8873_59350_68774_71930_68760_78681_63442_25996_57098_18051_47$
 $207_25418_03135.$

9. Вычисляем вторую часть ЭЦП, по формуле:

$$S_2 = \frac{k}{2} \left(\frac{M}{r} - r \right) \pmod{n}$$

$S_2=23_04330_44609_99093_36824_22900_31352_18910_36684_11$
 $661_84201_71445_01324_73699_70302_73771_10316_37970_47167_318$
 $75_92211_25785.$

10. Проверка подлинности ЭЦП, осуществляется по формуле:

$M' = (S_1^2 + hS_2^2) \pmod{n}$. Проверяющая сторона C может убедиться в том, что подпись подлинная, а передаваемая ЭЦП и подпись к нему в явном виде скрытой информации не содержит. Скрытую информацию можно получить путем вычислений по следующей формуле:

$$r = \frac{M}{S_1 + \frac{S_2}{k}}$$

Докажем, что эти вычисления позволяют извлечь скрытую информацию. Заменим в формуле S_1 и S_2 . Получим

$$\frac{M}{\frac{1}{2}\left(\frac{M}{r} + r\right) + \frac{\frac{k}{2}\left(\frac{M}{r} - r\right)}{k}} = \frac{M}{\frac{1}{2}\left(\frac{M}{r} + r + \frac{M}{r} - r\right)} = \frac{M}{\frac{1}{2} \times \frac{2M}{r}} = r$$

скрытое сообщение, которое расшифровываем с помощью заранее согласованного между абонентами А и В криптоалгоритма с известным им ключом.

II. Рассмотрим организацию скрытого канала на основе ЭЦП Эль-Гамала с составным модулем, основанной на сложности решения задачи факторизации. Применение в схемах ЭЦП, подобных системе Эль-Гамала, составного модуля вместо простого связано с тем, что большое число таких схем не обеспечивает стойкости к атакам, основанным на вычислении подписи путем подбора параметра r в виде [2] $r = \alpha^t y^u \bmod p$. В таких атаках требуется знание функции Эйлера от модуля, поэтому они могут быть устранены применением составного модуля.

Ряд возможных схем реализации ЭЦП с составным модулем представлен в таблице 1 [2].

Таблица 1.

Варианты ЭЦП с составным модулем

№ п/п	Уравнение проверки подписи	Уравнение формирования подписи	Подпись
1	$r^H = y^r \alpha^S \bmod n$	$kH = xr + S \bmod q'$	(r, S)
2	$\alpha^H = y^r r^S \bmod n$	$H = xr + kS \bmod q'$	(r, S)
3	$r^H = y^{rS} \bmod n$	$kH = xrS \bmod q'$	(r, S)
4	$r^H = y^{r+S^2} \bmod n$	$kH = xr + S^2 \bmod q'$	(r, S)

где: n — составной модуль, представляющий собой произведение больших простых чисел p и q ;

H — хеш-значение документа;

x — секретный ключ;

u — открытый ключ;
 q' — сгенерированное большое простое число размером 160—256 бит, являющееся делителем больших простых чисел $p-1$ и $q-1$;
 k — параметр, который содержит секретное сообщение;
 a — наименьшее число, такое, что $\alpha^{q'} \bmod n = 1$; параметр ЭЦП r вычисляется по формуле: $r = \alpha^k \bmod n$ [2]; пара чисел (r, S) представляет собой ЭЦП документа.

На основе предложенной ЭЦП, скрытый канал организовывается следующим образом. Пусть по скрытому каналу необходимо передать конфиденциальное сообщение M : «Акции компании X вырастут!». Предварительно абонент A и B договариваются о методе шифрования секретного сообщения M . Скрываемое сообщение подменяет собой число k , а остальные шаги алгоритма формирования ЭЦП не изменяются.

Скрытой информацией передаваемого электронного документа с ЭЦП служит значение параметра k : $k = 1125522424253432351133242451133423411142434443$.

На подготовительном этапе формирования подписи абонент A выбирает два больших простых числа p и q и перемножает их, получая модуль:

$$n = p \times q. \quad (1)$$

Значение n принимается в качестве части открытого ключа (u, n) , а значения простых множителей держатся в секрете или уничтожаются после вычисления:

$$\varphi(n) = (p-1)(q-1). \quad (2)$$

Абонент A выбирает в качестве секретного ключа x произвольное число меньшее чем n . Это число используется не только для подписи сообщения, но и в качестве ключа для отправки и чтения скрытого сообщения.

Так же для подписи электронного документа используется открытый ключ y , вычисляемый по секретному ключу x :

$$y = \alpha^x \bmod n. \quad (3)$$

Для потенциального нарушителя в уравнении генерации подписи присутствуют две неизвестные величины: x и k . Поэтому он не имеет возможности с большой вероятностью вычислить секретный ключ x .

Длина числа α может быть выбрана сравнительно небольшой (меньше размера используемых значений p и q); число α должно удовлетворять следующему уравнению:

$$\alpha^{q'} \bmod n = 1. \quad (4)$$

Абонент А подписывает электронный документ, пряча в подписи скрытое сообщение k . По уравнению формирования подписи из схемы 1 абонентом А вычисляется r и S :

$$r = \alpha^k \bmod n, \quad (5)$$

$$kH = xr + S \bmod q'. \quad (6)$$

Процедура проверки подлинности электронного документа, подписанного с помощью электронной цифровой подписи с составным модулем, происходит следующим образом. У получателя есть переданный электронный документ с электронной цифровой подписью (r, S) . Абоненту В известен секретный ключа x , открытый ключ y , число α и составной модуль n .

Уравнение проверки ЭЦП, по схеме 1 (см. таблица 1) имеет вид:

$$r^H = y^r \alpha^S \bmod n. \quad (7)$$

Вычисляются по отдельности левая lch и правая pch части уравнения:

$$lch = r^H \bmod n, \quad (8)$$

$$pch = y^r \alpha^S \bmod n. \quad (9)$$

Если обе части уравнения проверки равны, то электронная цифровая подпись соответствует документу и его можно считать подлинным. Если же результаты отличаются, то подпись поддельная.

Для восстановления скрываемой информации получателю потребуется вычислить k из уравнения формирования подписи 1 (таблица 1):

$$k = \frac{xr + S}{H} \bmod q'. \quad (10)$$

Абонент В вычисляет k , а затем производит операцию дешифрования скрытого сообщения по заранее известным абонентам А и В алгоритму и ключу.

Недостатком организации скрытого канала на основе выше предложенных схем ЭЦП является необходимость передачи секретного ключа x абоненту В. Указанный недостаток можно преодолеть, используя схемы формирования и проверки ЭЦП Эль-Гамала с составным модулем, приведенные в таблице 2.

Таблица 2.

Варианты ЭЦП с составным модулем для формирования скрытого канала без знания секретного ключа

№ п/п	Уравнение проверки Подписи	Уравнение формирования подписи	Подпись
1	$r^S = \alpha^{r+H} \bmod n$	$kS = r + H \bmod q'$	(r, S)
2	$F(r) = F(\alpha^{SH * F(r)} \bmod n)$	$k = SH * F(r) \bmod q'$	$(F(r), S)$
3	$F(r) = F(\alpha^{SH + F(r)} \bmod n)$	$k = SH + F(r) \bmod q'$	$(F(r), S)$
4	$r' = (\alpha^{Sr+H} \bmod n) \bmod g$	$k = Sr' + H \bmod q'$	(r', S)

где: F — некоторая трудно обратимая сжимающая функция,
 g — простое число длиной 160—256 бит ($g \neq q'$),
 $r' = r \bmod g$.

Для программной реализации скрытого канала на основе схем

ЭЦП Эль-Гамалья с составным модулем, представленных в таблице 1 и 2, выбран язык объектно-ориентированного программирования Java и среда программирования NetBeans IDE 7.0.1. Язык Java обладает такими достоинствами как многозадачность, поддержка протоколов Internet и многоплатформенность [1].

Рассмотрим результаты реализации алгоритма скрытого канала на основе первой схемы ЭЦП с составным модулем, из таблицы 2, на языке программирования Java в среде NetBeans IDE 7.0.1:

На подготовительном этапе генерируем большое простое число p , q , q' : размером 256 бит:

$q' = 223096956678164115651437\ 361286015057282724238295559195$
 $0668225474862\ 195232833177.$

$p = 3212596176165563265380698002518616824871229031456052408$
 $962244683801\ 56113527977489.$

$q = 5800520873632267006937371393436391489350830195684539071$
 $7373862346417\ 0760536626021.$

Составной модуль $n = 1863473117839955339344542205522521$
 $7906696381624222908727345434830884113863348947299283825527892$
 $1996225358512148710454998127128796982446438468729893364472099$
 $641269.$

Выбираем наименьшее число α , такое, что $\alpha^{q'} \bmod n = 1$:
 $\alpha = 43333$, затем абонент А выбирает секретный ключ x , любое число меньше чем n :

Секретный ключ $x = 1865956567500816360436111850039724044$
 $944261261672768\ 531827962123727123172427196.$

Конфиденциальную информацию небольшого размера шифруют с помощью заранее согласованного между абонентами А и В криптоалгоритма и используют полученное число в качестве параметра k , который используется как скрытый канал для передачи секретного сообщения $M = 1125522424253432351133242451$
 $1334234111424344\ 43.$

Затем вычисляем открытый ключ y по формуле $y = \alpha^x \bmod n$:

$y = 71840930417089354757374236708262931343664636159708279$
 $9365562741824224443285928940877522573845843571195556043251927$
 $4767342950647891586737806112321301397625873297.$

Вычисляем параметр ЭЦП r по формуле $r = \alpha^k \bmod n$:

$r = 1625172304119214457978534406461050229217282490707494$
 $3398922427662065422989109500447296214677802603917311878873752$

330003012408058666786745680257262020603994134196.

Затем по формуле $S = \frac{r + H}{k} \bmod q'$ непосредственно вычисляем

параметр S , электронной цифровой подписью данного документа будет пара чисел (r, S) :

$S = 21797896308613241666319655210754696586733926050369155$
 $8062969389885\ 0338444090429.$

Для проверки ЭЦП программное обеспечение вычисляет по отдельности левую и правую части следующего уравнения

$$r^S = \alpha^{r+H} \bmod n.$$

Левая часть уравнения проверки $lch = 149416703152282244$
 $3987997739723015600399786629558425882381457506787747233017655$
 $2128758820959326202520513406032914535088733476892700718653483$
 $7339764185835564825794.$

Правая часть уравнения проверки $pch = 14941670315228$
 $2244398799773972301560039978662955842588238145750678774723301$
 $7655212875882095932620252051340603291453508873347689270071865$
 $34837339764185835564825794.$

Обе части уравнения проверки равны, следовательно, электронная цифровая подпись соответствует электронному документу и его можно считать подлинным.

В качестве мер защиты от организации скрытого канала передачи данных предлагаются схемы с упрощенным уравнением проверки подписи, представленные в таблице 3 [2]. Основываясь на сложности извлечения корней по составному модулю, в данных схемах электронной цифровой подписью является число r , которое вычисляется по формуле:

$$r = \alpha^k \bmod n. \quad (11)$$

Для вычисления k по известным r и n необходимо решить задачу дискретного логарифмирования, эффективного алгоритма решения которой на данный момент времени не существует.

Таблица 3.

Схемы с упрощенным уравнением проверки подписи

№ п/п	Уравнение проверки подписи	Формулы для вычисления значения k	Открытый ключ
1	$r^y = y^H \bmod n$	$k = \frac{xH}{y} \bmod q'$	(y, n)
2	$r^v = y^H \bmod n$	$k = \frac{xH}{v} \bmod q'$	(y, n)
3	$r^H = y \bmod n$	$k = \frac{x}{H} \bmod q'$	(y, n)
4	$r^{H^v} = y \bmod n$	$k = xH^{-v} \bmod q'$	(y, n)
5	$r^H = \alpha \bmod n$	$k = H^{-1} \bmod q'$	(α, n)
6	$r^{H^v} = \alpha \bmod n$	$k = H^{-v} \bmod q'$	(α, n)

Выводы. В схемах ЭЦП, представленных в таблице 1, возможна организация скрытого канала передачи данных, но для этого необходимо передать абоненту В секретный ключ x . В то время как, в схемах, представленных в таблице 2, организация скрытого канала передачи данных возможна без передачи секретного ключа x .

В качестве защиты от организации скрытого канала передачи данных авторы предлагают использовать схемы с упрощенным уравнением проверки подписи, представленные в таблице 3, в которых не возможна реализация скрытого канала, т. к. нахождение параметра k из уравнения проверки подписи является задачей нахождения дискретного логарифма не решенной в общем случае к настоящему времени.

Список литературы:

1. Джон Родли. Создание Java-апплетов. — The Coriolis Group, Inc., 1996, Издательство ИПФ «ДиаСофт Лтд.», 1996.
2. Молдовян Н.А. Криптография с открытым ключом. / Н.А. Молдовян, А.А. Молдовян, М.А. Еремеев. — СПб.: БХВ — Петербург, 2004. — 288 с.
3. Ниссенбаум О.В. Криптографические протоколы: Учебное пособие. Тюмень, 2007. — 139 с.

4. Шнайер Б. Прикладная криптография. Протоколы, алгоритмы, исходные тексты на языке Си. / Б. Шнайер — М.: Издательство ТРИУМФ, 2003. — 816 с.
5. Simmons G.J. The Prisoner`s Problem and the Subliminal Channel // Advances in Cryptography: Proceeding of EUROCRYPT `83, Plenum Press, 1984. P. 51—67.

СЕКЦИЯ 3.

ФИЗИКА

3.1. АСТРОНАВТИКА

ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОТЕРМОДИНАМИКИ ПЕРСПЕКТИВНОГО ВОЗДУШНО-КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Хлопков Юрий Иванович

*д-р физ.-мат. наук, профессор МФТИ,
г. Жуковский
E-mail: khlopkov@falt.ru*

Зяя Мьо Мьинт

*канд. физ.-мат. наук, докторант МФТИ,
г. Жуковский
E-mail: zayuyarmyomvint@gmail.com*

Хлопков Антон Юрьевич

*аспирант МФТИ, г. Жуковский
E-mail: khlopkov@falt.ru*

Чжо Зин

*аспирант МФТИ, г. Жуковский
E-mail: kyawzjin.mipt@gmail.com*

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 11-07-00300-а).

Актуальной проблемой аэрокосмической техники является предсказание аэротермодинамических характеристик летательных аппаратов вдоль всей траектории — от орбитального полета до посадочного режима [1, 5, 6]. Теоретический расчет характеристик

теплопередачи тела основывается на знании законов взаимодействия молекул газа с поверхностью. В качестве граничного условия, накладываемого на плотность распределения отраженных от поверхности молекул газа, часто используют зеркально-диффузную модель Максвелла [4]. В граничном условии Черчиньяни [7] скорости отраженных молекул также определяются коэффициентом аккомодации тангенциального импульса σ_τ . Более гибкой моделью является модель Черчиньяни-Лампис [8], которая позволяет при постановке граничных условий учесть коэффициент аккомодации тангенциального импульса σ_τ и коэффициент аккомодации нормальной к поверхности кинетической энергии σ_n . Моделью Леннарда-Джонса является потенциал взаимодействия молекул, использующий электронно-ядерные представления [4]. Эмпирические потенциальные зависимости отражают тот факт, что на больших расстояниях преобладают силы притяжения, на малых расстояниях — силы отталкивания.

Представлены результаты определения аэротермодинамических характеристик воздушно-космического аппарата «Клипер, модель ЦАГИ» (рис. 1) [3] в свободно-молекулярном режиме с применением различных моделей. В частности, рассматриваются модели Максвелла (Maxwell), Черчиньяни-Лампис-Лорда (Cercignani-Lampis-Lord, CLL) и Леннарда-Джонса (Lennard-Jones, LJ) из работ [4, 12].

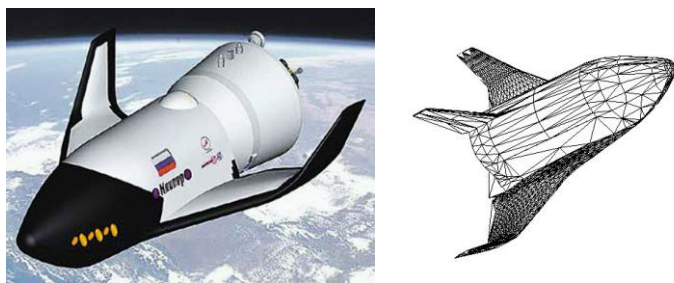


Рисунок 1. Воздушно-космический аппарат «Клипер». Общий вид, вычислительная схема

В свободно молекулярном случае коэффициент теплопередачи на элемент поверхности

$$C_h = \alpha_e \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{s_\infty^3} \left\{ \left(s_\infty^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} - \frac{1}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{T_w}{T_\infty} \right) \chi(s_{\infty, \theta}) - \frac{1}{2} e^{-s_{\infty, \theta}^2} \right\},$$

здесь, $\chi(x) = e^{-x^2} + \sqrt{\pi}x(1 + \operatorname{erf}(x))$, $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$

α_e — коэффициент аккомодации энергии на стенке, $s_{\infty, \theta}$ — скоростное отношение, ориентированное на угол θ , T_w, T_∞ — температуры стенки и набегающего потока, $s_{\infty, \theta} = s_\infty \cos \theta$.

На рис. 2, 3 представлены зависимости коэффициента теплопередачи потока C_h от углов атаки α для различных моделей взаимодействия молекул газа с поверхностью.

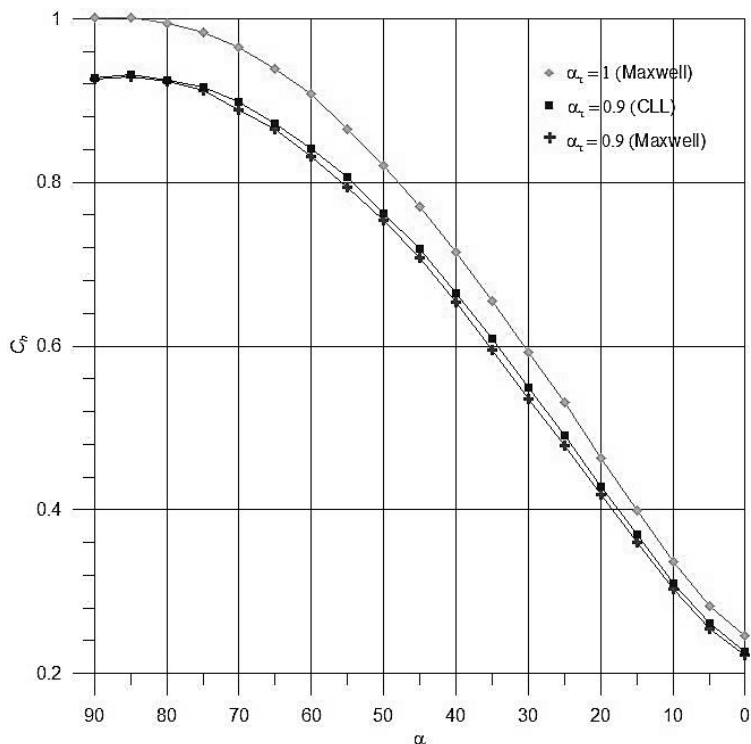


Рисунок 2. Зависимости $C_h(\alpha)$ при $\sigma_\tau = 0.9$ и 1 Максвелла

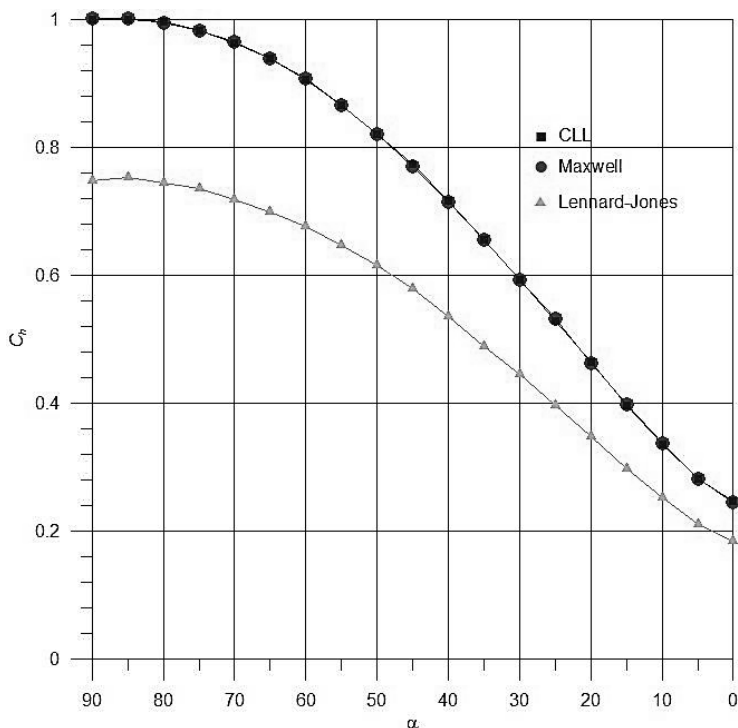


Рисунок 3. Зависимости $C_h(\alpha)$ по моделям CLL ($\sigma_\tau, \sigma_n = 1$) и LJ

Модель CLL дает более высокое значение коэффициента теплопередачи, чем модель Максвелла, при том же коэффициенте аккомодации 0.9. На рис. 3 представлены зависимости $C_h(\alpha)$ с использованием различных моделей взаимодействия молекул с поверхностью (Максвелл, CLL, LJ). Из результатов ясно, что модели Максвелл и CLL дают одинаковые значения при коэффициентах аккомодации равных единице (рис. 2).

В данной работе представлено определение локально-мостового метода для вычисления аэротермодинамики. Для вычисления C_h на элементарную площадку в свободномолекулярном пределе используются аналитические формулы, написанные в [4] и для вычисления C_h в континуальном режиме будем использовать методику, основанную на теории Лии [11]. Локально-мостовой метод позволяет быстро получить аэротермодинамические характеристики в переходном режиме [2, 10].

$$C_{h,ds} = C_{h,fm,ds} \cdot F_b(\text{Re}, M, \theta, \dots) + C_{h,cont,ds} \cdot (1 - F_b(\text{Re}, M, \theta, \dots)),$$

$$C_h = \int_S C_{h,ds} dS$$

Здесь θ — угол между направлением потока и нормалью к элементарной площадке, M — число Маха, Re — число Рейнольдса, S — площадь поверхности тела, индекс fm означает значения параметров при свободно молекулярном обтекании. Функция F_b называется мостовой функцией. Рассмотрим мостовую функцию, выражающуюся как функция ошибки от логарифма числа Кнудсена:

$$F_{b,1} = \frac{1}{2} \left(1 + \text{erf} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{\Delta \text{Kn}_1} \cdot \lg \left(\frac{\text{Kn}_0}{\text{Kn}_m} \right) \right) \right), \quad F_{b,2} = \frac{1}{2} \left(1 + \text{erf} \left(\frac{\sqrt{\pi}}{\Delta \text{Kn}_2} \cdot \lg \left(\frac{\text{Kn}_0}{\text{Kn}_m} \right) \right) \right)$$

Если $\text{Kn}_0 < \text{Kn}_m$, используется мостовая функция $F_{b,1}$. В противном случае $F_{b,2}$. Значения $\text{Kn}_m = 0.3$, $\Delta \text{Kn}_1 = 1.3$ и $\Delta \text{Kn}_2 = 1.4$ были определены путем сравнения с результатами моделирования методом прямого статистического моделирования (Монте-Карло).

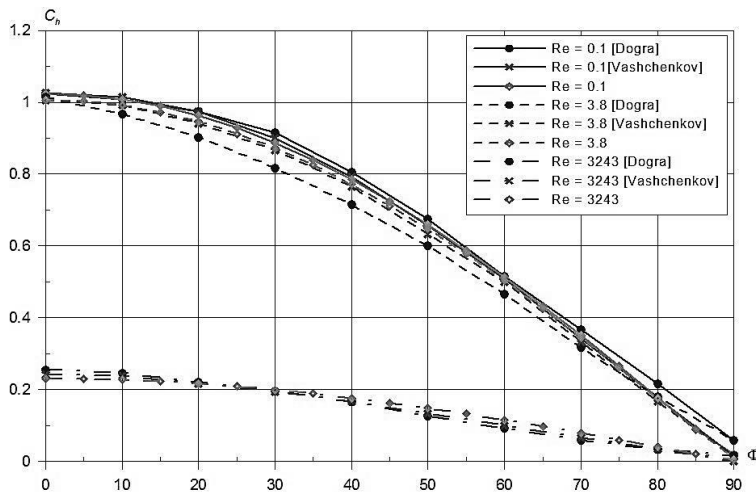


Рисунок 4. Угловое распределение C_h на сфере. Представлены полученные в данной работе результаты в сравнение с экспериментальными результатами Dogra V.K., Wilmoth R.G. [9] и расчетными данными Ващенко П.В. [2]

На рис. 4 показаны результаты расчета зависимости C_h на поверхности сферы от угла при различных числах Рейнольдса с помощью локально-мостового метода. На графике видно, что сравнение результатов теплового потока в континуальном и свободномолекулярном режиме определенные локально-мостовым методом хорошо совпадают. В переходном режиме дает завышенное значение коэффициента теплопередачи примерно на 15 % на углах 20—50 градусов.

Список литературы:

1. Белоцерковский О.М., Хлопков Ю.И. Методы Монте-Карло в механике жидкости и газа. — М.: Азбука, 2008. 330 с.
2. Ващенко П.В. Численный анализ высотной аэротермодинамики космических аппаратов // Дис. канд. тех. наук, ИТПМ СО РАН, — Новосибирск, — 2012.
3. Зей Мью Мьинт, Хлопков А.Ю. Аэродинамические характеристики летательного аппарата сложной формы с учётом потенциала взаимодействия молекулярного потока с поверхностью// Ученые записки ЦАГИ. — 2010. — Т. XLI. — № 5. — с. 33—45.
4. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. Кинетическая теория. — М.: Наука. — 1967. — 440 с.
5. Хлопков Ю.И. Статистическое моделирование в вычислительной аэродинамике. — М.:МФТИ, 2006. — 260 с.
6. Belotserkovskii O.M., Khlopkov Y.I. Monte Carlo Methods in Mechanics of Fluid and Gas. World Scientific Publishing Co. N-Y, London, Singapore, Beijing, Hong Kong. — 2010. — 268 p.
7. Cercignani C. The Kramers Problem for a not Complete Diffusing Wall // J. Math. Phys. Appl. — 1965. — V. 1. — № 3. — P. 568—586.
8. Cercignani C., Lampis M. Kinetic Models for Gas-Surface Interactions // Transport Theory and Statistical Physics. — 1971. — V. 1. — № 2. — P. 101—114.
9. Dogra V.K., Wilmoth R.G., Moss J.N. Aerothermodynamics of 1.6 -m-diameter sphere in Hypersonic Rarefied Flow. J. AIAA. — 1992. — Vol. 30. — № 7. — pp. 1789—1794.
10. Ivanov M.S., Markelov G.N., Gimelshein S.F., Mishina L.V., Krylov A.N., Grechko N.V. High-Altitude Capsule Aerodynamics with real gas effects, — J. of Spacecraft and Rocket, — 1998. — Vol. 35. — № 1. — pp. 16—22.
11. Lee Lester Laminar heat transfer over blunt nosed bodies at hypersonic flight speeds // Jet Propulsion. — 1956. — Vol. 26. — № 4. — pp. 259—269.
12. Padilla J.F. Assessment of Gas-Surface Interaction Models for Computation of Rarefied Hypersonic Flows // Ph.D. Dissertation. — University of Michigan, 2008.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СПУСКАЕМОГО АППАРАТА В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

Зоя Мьо Мьинт

канд. физ.-мат. наук, докторант МФТИ,
г. Жуковский
E-mail: zayarmyomint@gmail.com

Хлопков Антон Юрьевич

аспирант МФТИ, г. Жуковский
E-mail: khlopkov@falt.ru

Чжо Зин

аспирант МФТИ, г. Жуковский
E-mail: kyawzin.mipt@gmail.com

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 11-07-00300-а).

Освоение околоземного пространства на современном этапе требует разработки воздушно-космических систем, пригодных для оперирования в космическом пространстве и в верхних слоях атмосферы. Под перспективными летательными аппаратами понимаются многоразовые возвращаемые летательные аппараты, способные осуществлять управляемый планирующий спуск в верхних слоях атмосферы [1, 5].

Целью настоящей работы является определение основных аэродинамических характеристик (АДХ) спускаемого аппарата в высокоскоростном потоке разреженного газа. Задача нахождения АДХ тела заключается в нахождении при заданных характеристиках падающих и отраженных молекул безразмерных коэффициентов сил и моментов

$$C_k = \frac{F_k}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S}, \quad m_k = \frac{M_k}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 L_k S}.$$

Представлены результаты определения аэродинамических характеристик спускаемого аппарата при его обтекании гипер-

звуковым разреженным потоком в рамках метода Монте-Карло и локального метода [2, 3]. Используются различные модели взаимодействия молекул с поверхностью. Значения параметров: температурный фактор $t_w = T_w/T_\infty = 0.04$; скоростное отношение $s = 20$; коэффициенты аккомодации тангенциального импульса и нормальной энергии $\sigma_\tau, \sigma_n = 0.5, 1$; угол атаки $\alpha = 0^\circ\text{—}30^\circ$.

Представлены результаты расчета различными моделями взаимодействия газа с поверхностью Максвелла и Черчиньяни-Лампис-Лорда (CLL). Можно объяснить что, при нулевой аккомодации все молекулы отражаются зеркально, и полной аккомодации отражаются диффузно. Зеркальные отраженные молекулы передают поверхности больший импульс, чем диффузно рассеянные от холодной стенки молекулы [4]. Можно объяснить что, величина нормальных и касательных напряжений, вызываемых отраженным потоком, зависит от характера отражения молекул. При зеркальном отражении $p_r = p_i$. Тогда суммарное нормальное напряжение, действующее на элемент поверхности, будет равно $p = 2p_i$. При диффузном отражении касательное напряжение от отраженных молекул равно нулю, так как при этом все направления отражения являются одинаково вероятными.

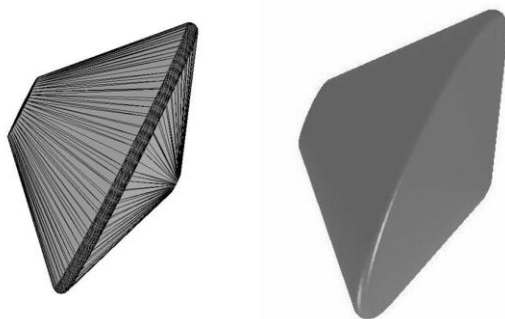


Рисунок 1. Геометрический вид спускаемого аппарата

На рис. 2—4 представлены зависимости коэффициентов силы сопротивления C_x и подъемной силы C_y , моменты тангажа M_z от углов атаки α при различных σ_τ для спускаемого аппарата (рис. 1).

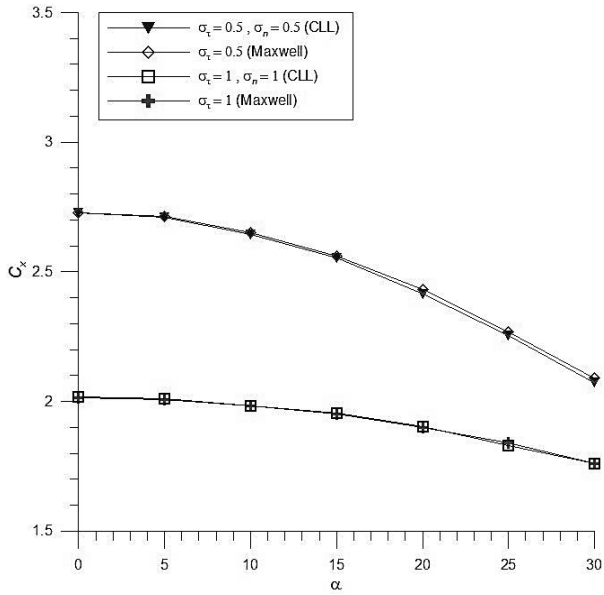


Рисунок 2. Зависимости $C_x(\alpha)$ при $t_w = 0,04$

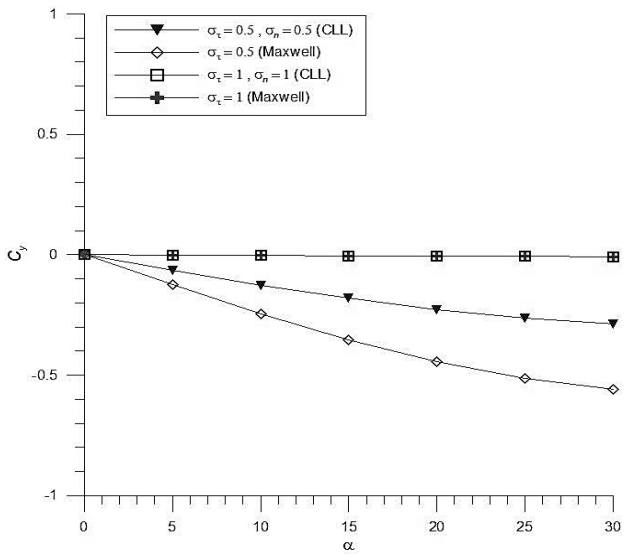


Рисунок 3. Зависимости $C_y(\alpha)$ при $t_w = 0,04$

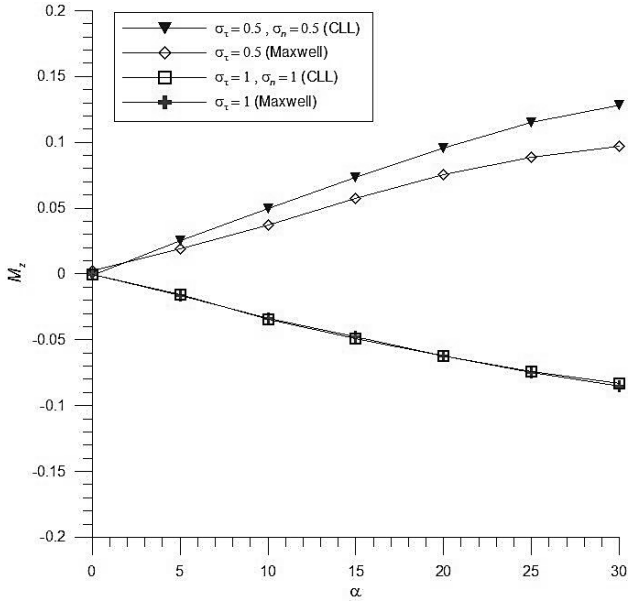


Рисунок 4. Зависимости $M_z(\alpha)$ при $t_w = 0,04$

C_x уменьшается с ростом угла атаки до значения около 1,89 при $\alpha = 30^\circ$ при $\sigma_\tau = 1$. При уменьшении σ_τ от 1 до 0,5 величина C_x увеличивается до 2,72 при $\alpha = 0^\circ$. Коэффициент C_y снижает в несколько раз по модулю при уменьшении σ_τ от 1 до 0,5. Зависимость $M_z(\alpha)$ объясняет о том, что при понижении σ_τ чувствительно увеличивает в рамках разных диапазонов углов атаки.

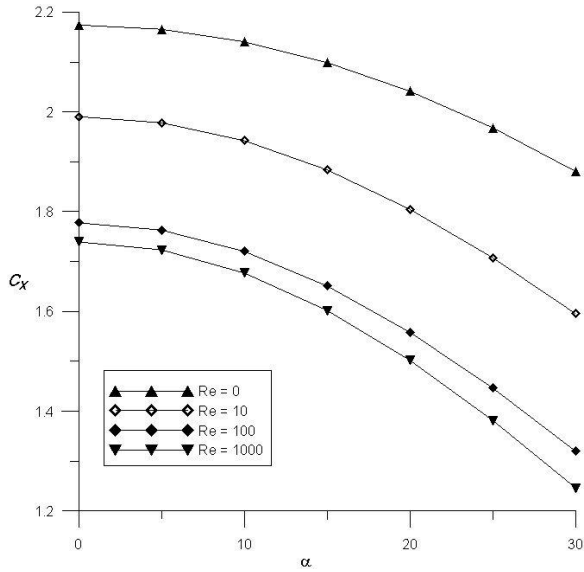


Рисунок 5. Зависимости $C_x(\alpha)$ при $Re = 0, 10, 100, 1000$ ($t_w = 0,04$)

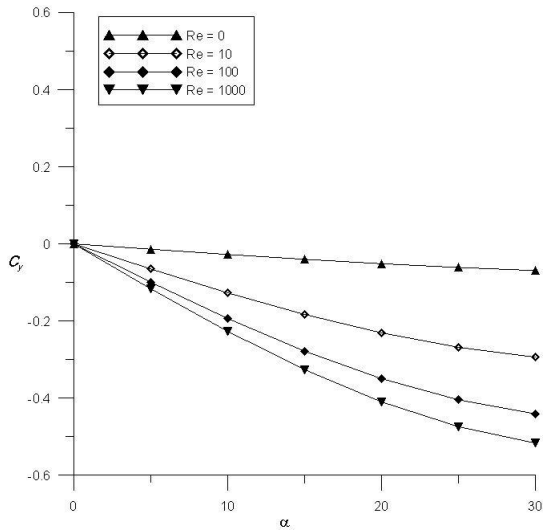


Рисунок 6. Зависимости $C_y(\alpha)$ при $Re = 0, 10, 100, 1000$ ($t_w = 0,04$)

На рис. 5—7 представлены зависимости $C_x(\alpha)$, $C_y(\alpha)$, $M_z(\alpha)$ для спускаемого аппарата на различных этапах траектории, в частности, при различных числах Рейнольдса Re .

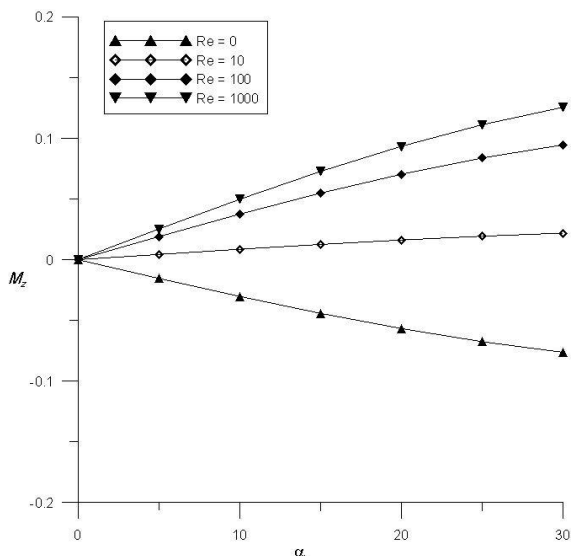


Рисунок 7. Зависимости $M_z(\alpha)$ при $Re = 0, 10, 100, 1000$ ($t_w = 0,04$)

Программа и результаты смогут быть полезны для многопараметрических вычислений при создании современных перспективных космических аппаратов.

Список литературы:

1. Белоцерковский О.М., Хлопков Ю.И. Методы Монте-Карло в механике жидкости и газа. — М.: Азбука, 2008. — 330 с.
2. Галкин В.С., Ерофеев А.И., Толстых А.И. Приближенный метод расчета аэродинамических характеристик тел в гиперзвуковом разреженном газе // Труды ЦАГИ. 1977. Вып. 1833.
3. Зея Мью Мьинг, Хлопков А.Ю. Аэродинамические характеристики летательного аппарата сложной формы с учётом потенциала взаимодействия молекулярного потока с поверхностью// Ученые записки ЦАГИ. — 2010. — Т. XLI. — № 5. — с. 33—45.
4. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. — М.: Наука, 1967.
5. Хлопков Ю.И. Статистическое моделирование в вычислительной аэродинамике. — М.: МФТИ, 2006. — 260 с.

АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ МНОГОРАЗОВЫХ ВОЗДУШНО-КОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Хлопков Юрий Иванович

*д-р физ.-мат. наук, профессор МФТИ,
г. Жуковский
Email: khlopkov@falt.ru*

Зяя Мьо Мьинт

*канд. физ.-мат. наук, докторант МФТИ,
г. Жуковский
Email: zayyarmyomyint@gmail.com*

Хлопков Антон Юрьевич

*аспирант МФТИ, г. Жуковский
Email: khlopkov@falt.ru*

Чжо Зин

*аспирант МФТИ, г. Жуковский
Email: kyawzin.mipt@gmail.com*

Поляков Михаил Сергеевич

*инженер-конструктор Филиала ОАО «Компания «Сухой» ОКБ
«Сухого» г. Москва
Email: m.polyakov008@gmail.com*

Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 11-07-00300-а).

Аэрокосмическая система является основными показателями международного могущества любой страны, гарантом безопасности и эталоном научно-технического развития. Теоретические исследования гиперзвуковых течений связанных с созданием воздушно космических летательных аппаратов многоразового использования для доставки людей и грузов на околоземные орбиты в СССР начались в 50-ых годах прошлого века. Главным образом они были сосредоточены в созданном в это же время научно-исследовательском отделении № 8 ЦАГИ под руководством профессора Владимира Сычева. Практические работы по созданию воздушно-космической системы (ВКС) было поручено ОКБ Артема Микояна в 1965 г. Годом

раньше ЦНИИ 30 ВВС разработала оригинальную концепцию создания ВКС, которая рационально интегрировала в себе идеи самолета, ракетоплана и космического объекта. Проект получил название «Спираль» и представлял собой сложный комплекс. Мощный гиперзвуковой воздушный корабль-разгонщик (вес 52 т, длина 38 м, размах 16,5 м), который должен был разогнаться до шестикратной скорости звука ($M = 6$), затем с его спины на высоте 28—30 км должен был стартовать 10-тонный пилотируемый орбитальный самолёт (ОС) длиной 8 м и размахом 7,4 м. Руководителем проекта «Спираль» был назначен Глеб Ложино-Ложинский.

Проект «Спираль» (рис. 1), начатый в 1960-х гг. был ответом на программу создания США космического перехватчика-разведчика-бомбардировщика X-20 «Dyna Soar» (рис. 2). Не такого масштабного и, как показала, реализация проектов не такого успешного как «Спираль». Хотя в конце концов оба проекта были свернуты, хотя и на разных стадиях разработки.



Рисунок 1. Проект России «Спираль»

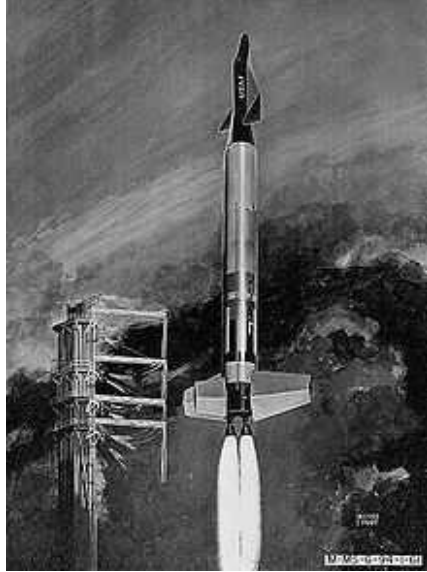


Рисунок 2. Проект USA «Дына Соар»

Но работа над этими проектами не пропала даром. Результаты исследований широко использовались при создании многоразовых воздушно-космических систем «Энергия-Буран» в СССР и «Спейс Шаттл» в США. Однако высокая стоимость доставки грузов на орбиту и страшные катастрофы челноков “Challenger” и “Columbia” привели к закрытию этих программ. С середины 80-х годов разработкой проектов воздушно-космического самолета помимо США и СССР занимаются во многих развитых странах. Например, в Англии “HOTOL”, Германии “Sanger”, Франции “Hermes”, Японии «Hope», Китая «Шэньлун», Украина «Сура», Индии “AVATAR”. Ни один из этих проектов так до сих пор не реализован.

Многоразовая космическая система обладает неоспоримыми преимуществами перед существующими ракетами-носителями: более низкая стоимость выведения полезных грузов на орбиту (~ 1000 \$/кг) по сравнению с одноразовыми ракетами-носителями (~ 12000—15000 \$/кг) и многоразовыми средствами выведения первого поколения («Буран», СССР и “Space Shuttle”, США); возможность запуска в любом направлении и т. д.

В США были разработаны и реализованы программы исследования и испытания экспериментальных самолетов по программе

создания системы многоразового использования [3]. С 1997 главной задачей национального управления по воздухоплаванию и исследованию космического пространства США “NASA” является разработка НИОКР, существенно сокращающих затраты на выведение полезных нагрузок в космос. По программе создания перспективного транспортного космического самолета «X-33» корпорация “Lockheed Martin” предложила проект аппарата вертикального взлета и горизонтальной посадки “Venture Star”. Низкая удельная стоимость выведения грузов, равная 2200 дол./кг. И следующая программа Future-X “Pathfinder” предусматривает проведение проектно-конструкторских разработок перспективных транспортных космических систем со снижением затрат на выведение грузов в космос до 888 дол./кг [4].

С 2000 года Россия разрабатывает новый космический корабль «Клипер» (рис. 3) с многоразовой кабиной для доставки экипажа и грузов на околоземную орбиту и орбитальную станцию. Ожидаемый срок первых полетов — 2015 г. В США разрабатывает новый корабль “Orion” (рис. 4) для доставки экипажа и грузов на околоземную орбиту и обратно. Планируемый первый пилотируемый полет 2014 год, первый полет к Луне — 2020 год [1, 2].

Учеными и мыслителями высказывались более глобальные идеи создания постоянных поселений людей в космосе. Однако реализация таких задач дело не ближайшего будущего.

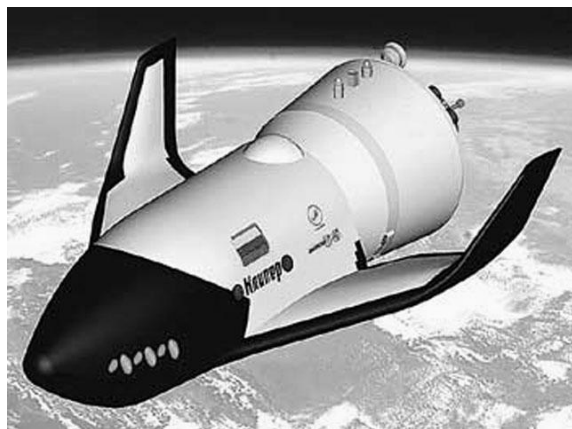


Рисунок 3. Космический аппарат «Клипер»

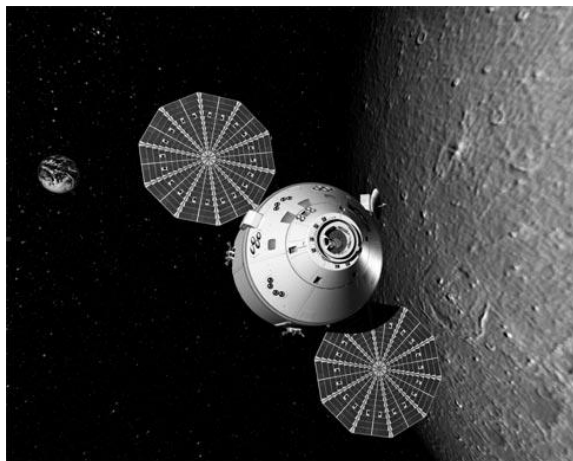


Рисунок 4. Космический корабль «Orion»

Список литературы:

1. Зея Мью Мьинт Тенденции развития многоразовых космических транспортных систем // Труды 55-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». 2012. с. 32—33.
2. Зея Мью Мьинт Тенденции развития многоразовых космических транспортных систем // Всероссийская научно-техническая конференция «Новые материалы и технологии — НМТ-2012». 2012. с. 189—190.
3. Сурнин В.А. Некоторые проблемы развития воздушно-космических транспортных систем многократного использования // Из истории авиации и космонавтики. — 1990. Вып. 61. — с. 39—60.
4. Heppenheimer T.A. Facing the heat barrier: A history of hypersonic. — NASA History Series. — 2006. — 329 p.

3.2. ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ВОЛНЕ СВ-СИНТЕЗА МЕТОДОМ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ МИКРОПИРОМЕТРИИ

Бороненко Марина Петровна

аспирант Югорский государственный университет

г. Ханты-Мансийск

E-mail MarinaB7@yandex.ru

Серегин Александр Евгеньевич

аспирант Югорский государственный университет

г. Ханты-Мансийск

E-mail alex_seregin@mail.ru

В настоящее время существует необходимость получения новых материалов с заданными свойствами. Перспективным способом получения таких материалов является самораспространяющийся высокотемпературный синтез (СВС). Известно, что кинетику и пути химических реакций в СВС определяют процессы переноса тепла и вещества, происходящие на микроструктурном уровне. Управляя этими процессами можно добиться получения материала с заданными свойствами.

Цель исследования состояла в экспериментальном исследовании волны СВС в системе Ni-Al и определения количественных параметров процесса методом высокоскоростной микропирометрии.

Калибровка и метрологические характеристики видеокамер с ЭОП.

Для использования видеокамеры в качестве высокоскоростного пирометра была проведена калибровка по эталонной температурной лампе ТРУ1100-2350.

Изображение, вольфрамовой нити накала было представлено в шкале серого. В зависимости от подаваемого на эталонную лампу ТРУ 100-2350 с источника PSH-2035 тока, вольфрамовая нить лампы

имеет различную температуру, а, следовательно, и яркость. Зная ток, протекающий через лампу, можно по имеющейся таблице найти яркостную температуру нити накала [1].

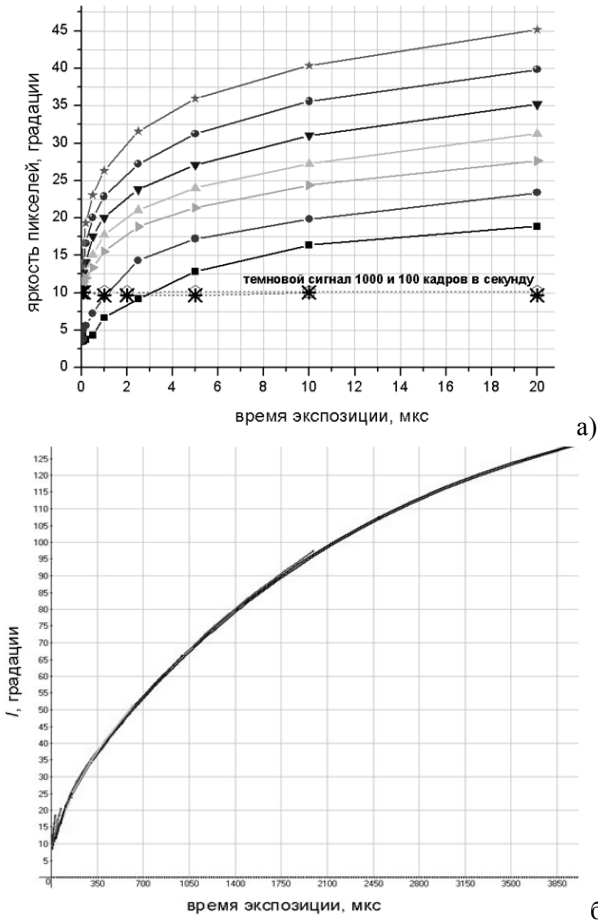


Рисунок 1. Яркость пикселей изображения, полученного видекамерой, в зависимости от времени экспозиции в шкале серого а) большие времена накопления; б) малые времена накопления

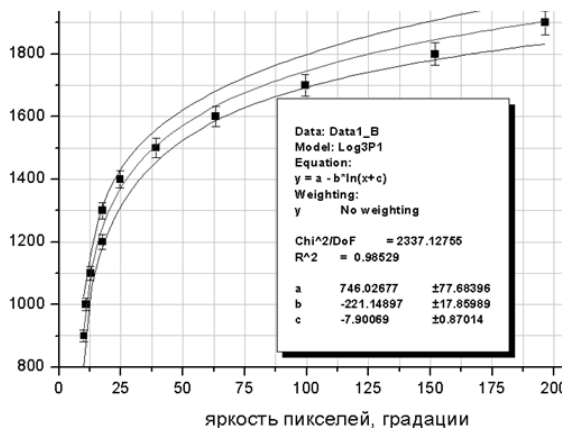
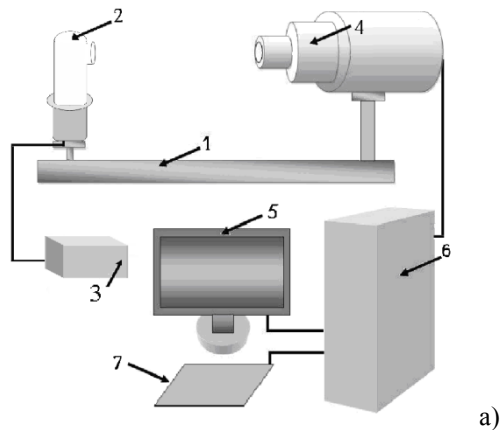


Рисунок 2. а) Высокоскоростной микропирометрический комплекс измерения температуры и скорости распространения пламен:

1 — оптическая скамья, 2 — пробирка с шихтой Ni-Al, 3 — микроскоп, 4 — видеокамера видеоСпринт, 5 — монитор, 6 — системный блок, 7 — клавиатура; б) Аппроксимированная кривая (погрешность 2 %)

Эксперименты проводили со стехиометрическими смесями алюминия (18 %) и никеля (82 %) при атмосферном давлении. Пробирку из кварцевого стекла длиной 12 см и диаметром 3,5 см., наполняли шихтой Ni-Al. Регистрация процесса горения производилась с боковой поверхности образца при прохождении волны СВС

в поле зрения 2 x 2 мм видеокамеры через оптический канал бинокулярного микроскопа МБС-10 на частоте 400 кадров в секунду и экспозиции 150 мкс. Полученные видеофайлы анализировали на компьютере.

Результаты и обсуждение эксперимента.

Наблюдение процесса горения показало, что на начальной стадии развитие первичного одиночного очага привело к распространению фронта волны, имеющего форму, близкую к полусфере. Однако по мере возникновения новых очагов горения, теряет симметричную форму, что предопределяет направление фронта волны в дальнейшем.

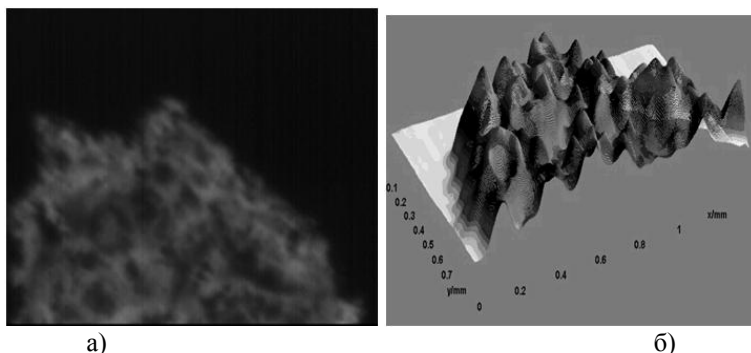


Рисунок 3. Фронт волны горения СВС, имеющий форму, близкую к полусфере а) оригинальный кадр б) 3D-модель области

Если при обработке данных разбить область СВС на пластины [2], то можно заметить, что волной нагрева охвачены сразу несколько пластин, как в квазигомогенном режиме горения. В рамках этой модели температура пластины считается установившейся по всей поверхности. Поэтому, температура каждой пластины рассчитывалась как среднее от всех мгновенных значений в области соответствующего выделения. Так как реакция СВС протекала в цилиндрическом кварцевом реакторе, имеющем диаметр близкий к критическому, и теплоотвод через боковую поверхность существенен, то система уравнений, описывающих стационарное распространение волны имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - mc \frac{\partial T}{\partial x} + \theta - \frac{2\alpha}{d} (T - T_0) - \frac{2\varepsilon\sigma T^4}{d} = 0$$

$$-m \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\theta}{Q} = 0$$

$$x = -\infty; T = T_0; \frac{\partial T}{\partial x} = 0; n = 0$$

$$x = +\infty; T = T_0; \frac{\partial T}{\partial x} = 0; n = 1$$

где: $\lambda = \lambda(\eta)$ — уравнение зависимости теплопроводности зоны горения от степени полноты реакции;

m — массовая скорость горения;

c — теплопроводность;

η — степень полноты реакции,

ε — коэффициент излучения реакционной зоны;

σ — постоянная Стефана-Больцмана;

Q — теплота реакции,

T_0 — начальная температура,

d — диаметр образца,

α — коэффициент теплоотдачи,

θ — скорость тепловыделения. В условиях высоких градиентов температур конвективным теплообменом можно пренебречь.

Однако, термограммы горения пластин имеют промежуточный вид между эстафетным и гомогенным (рис. 6.б), поэтому можно предположить, что осуществляется переход к эстафетному режиму горения.

График изменения площади области прореагировавшего вещества с течением времени позволяет найти коэффициент температуропроводности вещества $3,2 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. Результат можно объяснить если предположить, что никель за счет малости размеров частиц (порядка 12 мкм) растворился в расплаве алюминия (размер частиц порядка 50 мкм), а расплав имеет суммарную стехиометрическую температуропроводность $3,3 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ (при температуропроводности Al и Ni $8,418 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, $2,2 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ соответственно).

$$\alpha_{NiAl} = v_{Ni} \alpha_{Al} + (1 - v_{Ni}) \alpha_{Al}$$

где: α — температуропроводность,

v — весовой коэффициент (доля).

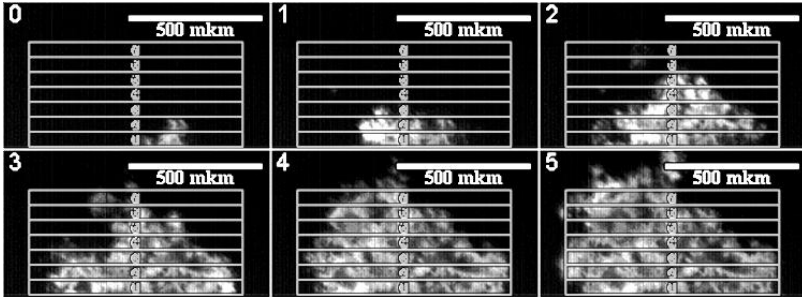


Рисунок 4. а) Последовательность видеоизображений развития во времени фронта волны горения СВС

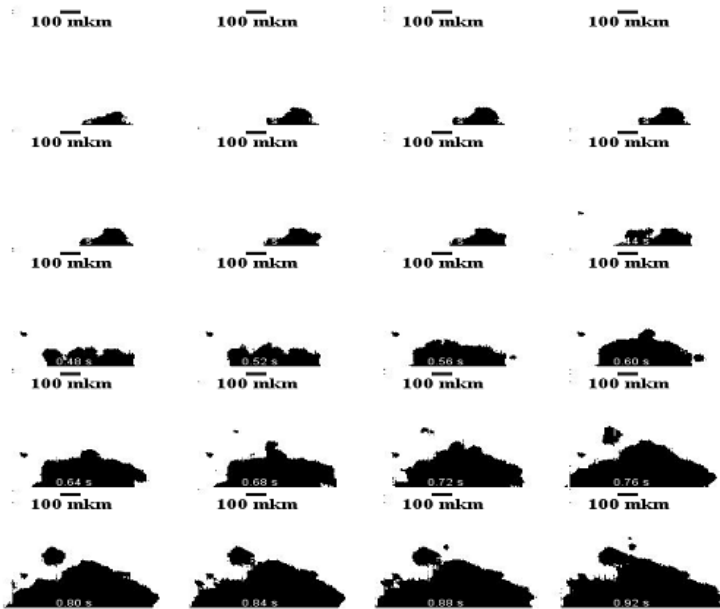
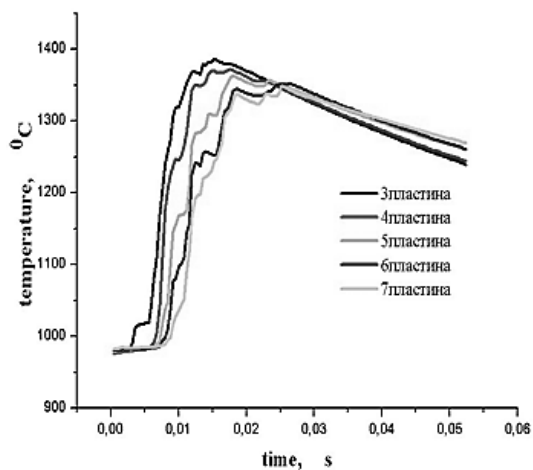


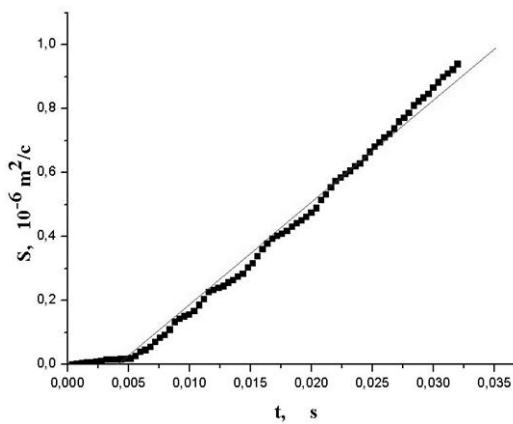
Рисунок 5. Динамика прореагировавшей области горения СВС

В статье представлены результаты экспериментального исследования волны горения в порошковых смесях системы Ni-Al с помощью применения метода скоростной киносъемки. На основе полученных данных определялись характерные пространственно-временные

масштабы тепловой структуры волны СВЧ и температурная динамика в локальной точке.



а)



б)

Рисунок 6. а) зависимость средней температуры пластинок от времени б) график изменения площади области прореагировавшего вещества с течением времени

Список литературы

1. Гуляев П.Ю., Долматов А.В. Автоматизация контроля теплофизических параметров в технологиях детонационного напыления // Системы управления и информационные технологии, 2009, № 1—2(35), С. 230—233.
2. Евстигнеев В.В., Гуляев П.Ю., Иордан В.И., Калачёв А.В., Теоретические модели и экспериментальные методы исследования механизма формирования тепловой структуры в волне горения самораспространяющегося высокотемпературного синтеза// Позуновский вестник 2005. № 1 — с. 313—320.
3. Евстигнеев В.В., Гуляев П.Ю., Гончаров В.Д. Исследование тонкой тепловой структуры СВ-синтеза методом быстродействующей цифровой тепловизионной съемки // Вестник Алтайского научного центра сибирской академии наук высшей школы, 2003, № 4, С. 3—6.
4. Мержанов А.Г. Твердопламенное горение. — Черноголовка, ИСМАН, 2000. — 224 с.
5. Патент 2099674 РФ. МПК G01J 5/52. Способ измерения яркостной температуры объекта /В.В. Евстигнеев, В.М. Коротких, П.Ю. Гуляев, А.В. Еськов, М.А. Гумиров. Заявлено 01.07.1996; Опубл. 20.12.1997, Бюл. № 35. — 2 с.:
6. Evstigneyev V.V., Gulyaev P.Yu., Mukhachev A.B., Garkol D.A. A new procedure of high-rate brightness pyrometry for studying the SHS processes //Combustion, Explosion and Shock Waves, 1994, V. 30, № 1, P. 72—78.
7. Gulyaev P.Yu., Gulyaev I.P., Cui Hongzhi, Milyukova I.V. In-situ selfpropagating-hightemperature-synthesis controlled by plasma // Вестник Югорского государственного университета, 2012, № 2 (25), С. 28—33.

СЕКЦИЯ 4.

БИОЛОГИЯ

4.1. БИОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

ФИТОСАНИТАРНАЯ ОБСТАНОВКА В АГРОЦЕНОЗЕ ТОМАТОВ В УСЛОВИЯХ КФХ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПРЕДШЕСТВУЮЩЕЙ КУЛЬТУРЫ

Кравцова Марина Сергеевна

*студент 5 курса факультета защиты растений ФГБОУ ВПО
«Кубанский Государственный Аграрный Университет»,
г. Краснодар*

E-mail: marizza_14@mail.ru

Пикушова Эмилия Александровна

*канд. биол. наук, профессор кафедры фитопатологии,
энтомологии и защиты растений ФГБОУ ВПО
«Кубанский Государственный Аграрный Университет»,
г. Краснодар*

Актуальность темы. Важным элементом управления фитосанитарным состоянием посевов является контроль состава почвенных микромицетов, так как состояние микробиоты является основой жизни в почве для культурных растений, обеспечивающей стабильность их урожая. Микологический состав почвы в агроценозах зависит от многих факторов, однако определяется в основном предшествующей культурой. Качественный и количественный состав почвенной микробиоты влияет на супрессивность почвы, ее антифитопатогенный потенциал и «здоровье» в целом.

Целью данной работы является изучение влияния предшествующей культуры под томаты на видовой и количественный состав

микробиоты в черноземе выщелоченном; определение микробиологической активности почвы.

Методика исследований. При реализации задач исследования использовался лабораторный метод. Выделение микромицетов из почвы проводилось по методике G.D. Easten (1969) «Выделение микромицетов на голодный алкогольный агар методом разливки» и на среду Чапека методом «разлибки» с разведением по Пастеру [3, с. 98]. Идентификация проводилась под микроскопом «MICROS».

Результаты исследований. В 2010—2012 годах в лаборатории кафедры фитопатологии, энтомологии и защиты растений были проведены анализы образцов почвы после озимой пшеницы, томатов, люцерны, предназначенной под посев томатов.

Установлено, что в 2010 микромицеты во всех образцах почвы были представлены условно-патогенным комплексом родов *Fusarium*, *Verticillium*, *Cladosporium*, *Aspergillus*, *Cephalosporium*, *Stemphylium*, *Botryotrichum*, *Stachibotrys*. Из антагонистических микромицетов выделены представители родов *Trichoderma*, *Penicillium*, *Aspergillus*, а также актиномицеты.

Максимальное количество микромицетов выделилось из почвы после томатов, где был выявлен и максимально разнообразный видовой состав. В почве после озимой пшеницы общее количество микромицетов было на 12 % ниже, чем после томатов. Минимальное общее количество КОЕ грибов выделялось из почвы после люцерны — на 28 % меньше, чем после томатов.

Максимальное количество КОЕ условно-патогенных микромицетов выявлено в почве после озимой пшеницы — 8,1 тыс., минимальное — после люцерны — в 1,5 раза меньше, антагонистических — 10,5 тыс. — после озимой пшеницы; 8,3 тыс. в 1 почвы — после люцерны и 8,1 тыс. в 1 почвы — после томатов. В почве после люцерны для томатов потенциально опасны представители родов *Rhizoctonia* (3,1 тыс. КОЕ / 1 г абсолютно сухой почвы) и *Verticillium* (1,4 тыс. КОЕ). В почве после томатов наиболее опасны грибы рода *Fusarium* (1,8 тыс. КОЕ).

В 2011 году анализ почвы проводился дважды: в фазу всходов и после уборки. В фазу всходов максимальное количество КОЕ условно-патогенных микромицетов выявлено в почве после томатов — 9,9 тыс. в 1 абсолютно сухой почвы, минимальное — после люцерны — 4,6 тыс.

Количество антагонистических грибов в почве после томатов было в 1,3 раза меньше, чем после люцерны и почти в 2 раза ниже, чем после озимой пшеницы. При этом из почвы после озимой

пшеницы выделялись грибы рода *Rhizoctonia*, которые представляют опасность для томатов. В почве после люцерны было выявлено увеличение КОЕ грибов рода *Botrytis*, которые являются возбудителями серой гнили томатов [1, с. 116], а отсутствие грибов рода *Aspergillus* говорит о снижении антифитопатогенного потенциала [3, с. 174]. Микологический анализ почвы показал, что соотношение грибов родов *Trichoderma*, *Penicillium* и *Aspergillus* 1:0,3:0. Наличие грибов рода *Trichoderma* свидетельствует о высоком антифитопатогенном потенциале [3, с. 148]. Из почвы после томатов выделялись в большом количестве грибы рода *Verticillium*, которые вызывают трахеомикозное увядание томатов.

В ходе осеннего анализа почвы в 2011 году было установлено, что видовой состав условно патогенной группы микромицетов представлен комплексом родов *Fusarium*, *Verticillium*, *Cladosporium*, *Aspergillus*, *Cephalosporium*, *Botryotrichum*, *Alternaria*, *Botrytis*. Также в большом количестве были выявлены грибы рода *Humicola*. Из антагонистических микромицетов выявлены следующие роды: *Trichoderma*, *Penicillium*, *Aspergillus*, а также актиномицеты.

В почве после люцерны количество КОЕ условно-патогенных микромицетов было 2 раза меньше, чем после озимой пшеницы. Максимальное количество антагонистических микромицетов выделено из почвы после озимой пшеницы, минимальное — после люцерны, что в 3 раза меньше. В почве после томатов из опасных патогенов выделялись грибы рода *Verticillium*. В большом количестве в почвенных образцах выявлены грибы рода *Alternaria*. Их содержание в 4 раза выше, чем в почве после озимой пшеницы и в 1,2 раза выше, чем в почве после люцерны. Также в образцах присутствовали грибы рода *Fusarium*.

Полученные результаты говорят о том, что в агроценозе томатов, независимо от предшествующей культуры, к концу вегетации снижается антифитопатогенный потенциал почвы. Особенно это проявилось при повторном выращивании культуры на одном и том же поле.

В данном образце выявлено минимальное количество супрессивной микофлоры, максимальное количество патомикофлоры. Установлено также большое содержание грибов рода *Penicillium* при отсутствии грибов родов *Trichoderma* и *Aspergillus*, что свидетельствует о почвоутомлении (рис. 1).

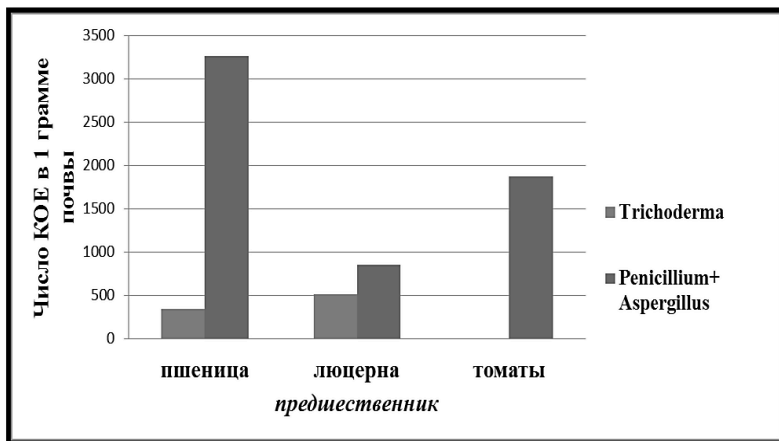


Рисунок 1. Количество антагонистических микромицетов в агроценозе томатов после различных предшественников. КубГАУ, октябрь 2011 г.

В 2012 году микологический анализ почвенных образцов проводился в фазы появления всходов, начала бутонизации, начала плодообразования. В фазу всходов томатов после суровой зимы было выявлено низкое число КОЕ микромицетов по сравнению с 2011 годом — от 3,6 тыс. до 4,5 тыс. КОЕ / 1 г абсолютно сухой почвы. Однако в образце почвы после озимой пшеницы выявлен высокий антифитопатогенный потенциал, который обеспечили грибы родов *Trichoderma*, *Penicillium* и *Aspergillus* в оптимальном соотношении.

Из патогенной микофлоры доминировали грибы родов *Alternaria* и *Fusarium*. В незначительных количествах выделялись грибы родов *Verticillium*, *Cladosporium*, *Cephalosporium*, *Culvularia*, *Stemphylium* и *Stachibotrys*. В почве после люцерны отсутствовали грибы рода *Verticillium*. В образце после томатов преобладающими видами стали грибы родов *Penicillium*, *Alternaria* и *Stachibotrys*. Анализ, проведенный в фазу цветения и начала плодообразования томатов свидетельствует о нарастании количества почвенных микромицетов при возрастании численности патомикофлоры. Так, в образцах почвы после озимой пшеницы доля патомикофлоры составила 32 %, после люцерны — 40 %, после томатов — 57 %. При этом доминировали такие роды как: *Alternaria*, *Fusarium*, *Verticillium* и *Cladosporium*.

Все они являются возбудителями различных заболеваний томатов. В эту фазу выявлено снижение антифитопатогенного потенциала почвы.

Выводы. Таким образом, на основании трехлетних исследований установлено, что с целью увеличения антифитопатогенного потенциала почвы под посев томатов и снижения вредоносности патогенных микромицетов на ранних этапах онтогенеза более целесообразно использовать в качестве предшественника озимую пшеницу.

Список литературы:

1. Ахатов А.К. Мир томата глазами фитопатолога: учеб. пособие. — Москва: КМК, 2010. — 288 с.
2. Емцев В.Т. Микробиология: учеб. пособие. — М.: Колос, 1993. — 383 с.
3. Мирчник Т.Г. Почвенная микология: учеб. пособие. — М.: Изд-во МГУ, 1988. — 220 с.

ВЛИЯНИЕ ЭКЗОГЕННЫХ ПЕКТИНОВ ИЗ РЯСКИ МАЛОЙ И СМОЛЕВКИ ОБЫКНОВЕННОЙ НА РОСТ И РАЗВИТИЕ МОРКОВИ СТОЛОВОЙ

Михайлова Елена Андрияновна

*научный сотрудник Института физиологии Коми НЦ УрО РАН,
г. Сыктывкар
E-mail: elkina@physiol.komisc.ru*

Коковкина Светлана Васильевна

*канд. сель.-хоз. наук, зав. лаб. ГНУ НИИ сельского хозяйства
Республики Коми Россельхозакадемии, г. Сыктывкар
E-mail: nipti@bk.ru*

Шубаков Анатолий Александрович

*канд. биол. наук, доцент Института физиологии Коми НЦ УрО РАН,
г. Сыктывкар
E-mail: shubakov@physiol.komisc.ru*

Растительные полисахариды обладают широким спектром биологического действия [6, с. 489]. Известно, что многие регуляторы роста растений повышают всхожесть семян, способствуют

формированию здоровых, крепких всходов и сокращают время их появления, что, в конечном счете, ведет к повышению урожайности сельскохозяйственных культур. Активными регуляторами роста и развития растений являются фитогормоны [1, с. 100]. Рост-регулирующей активностью обладают некоторые тритерпеновые гликозиды [3, с. 93]. Однако мало известно о действии растительных полисахаридов на прорастание семян, скорость вегетативного роста и урожайность, в частности, овощных культур.

Повышение всхожести семян растений и скорости их прорастания достигается обработкой перед посевом водными растворами биостимуляторов, что приводит к активации биохимических процессов, увеличивает энергию прорастания, улучшает всхожесть семян [4, с. 105; 5, с. 271].

В качестве регуляторов роста и развития моркови испытывали два полученных в Институте физиологии Коми НЦ УрО РАН пектиновых полисахарида: лемнан и силенан. Лемнан выделен из ряски малой *Lemna minor* L. [7, с. 749], силенан — из каллусной ткани смолевки обыкновенной *Silene vulgaris* (M.) G. [2, с. 28]. Эксперименты проводили на опытном поле ФГУП «Северное» Россельхозакадемии (г. Сыктывкар) с использованием сорта моркови столовой «Лосиноостровская 13». Перед посевом семена моркови замачивали в водных растворах лемнана и силенана при температуре 20⁰С в течение 12 часов. Некорневую подкормку растений пектиновыми биопрепаратами проводили два раза, путем опрыскивания в фазу 3—4 листьев и начала созревания корнеплодов. Контролем служили семена и растения моркови, которые вместо пектиновых биопрепаратов обрабатывали водой.

Обработка семян моркови лемнаном повысила энергию прорастания, по сравнению с семенами, замоченными в воде, с 69,5 до 78,0 % и лабораторную всхожесть с 77,0 до 84,5 %. Данные показатели в варианте с силенаном были на уровне контроля. То есть, из двух испытанных пектинов на посевные качества семян моркови лучше всего влияет лемнан.

Установлено, что семена моркови заражены следующими возбудителями болезней: *Alternaria* sp., *Fusarium* sp., *Erwinia carotovora* (Jones) Holl. На вегетирующих растениях обнаружены бурая пятнистость листьев и морковная муха. Зараженность обработанных биопрепаратами семян моркови патогенной микрофлорой снизилась с 7 до 2 %. Обработка семян лемнаном снижала зараженность семян на 3 %, обработка семян силенаном — на 5 %, по сравнению с контролем.

Наблюдения за особенностями роста корнеплодов показали, что к моменту получения пучковой продукции, растения, обработанные биопрепаратами, по сравнению с контрольным посевом, имели изменения в сторону увеличения числа листьев с 6,6 до 7,4 (лемнан) и 7,7 (силенан); высоты растения — с 55,4 см до 56,6 (силенан) и 59,3 (лемнан); площади наибольшего листа — с 286,6 см² до 335,8 (силенан) и 337,5 см² (лемнан); массы корнеплода — с 49,3 г до 56,3 (лемнан) и 58,0 г (силенан); надземной массы — с 21,8 г до 25,5 (лемнан) и 27,5 г (силенан).

В фазу технической зрелости высота растений увеличивалась по сравнению с контролем с 57,9 см до 60,8 (лемнан) и 61,4 см (силенан); площадь наибольшего листа — с 388,0 см² до 447,6 (лемнан) и 505,5 см² (силенан); надземная масса — с 39,0 г до 56,0 г (силенан). Диаметр корнеплода увеличился в опытных вариантах на 0,1—0,3 см.

Обработка пектиновыми биопрепаратами существенно влияет на увеличение массы корнеплода. К моменту получения пучковой продукции масса корнеплода после обработок биопрепаратами увеличилась, по сравнению с контролем, на 14,2 % (лемнан) и 17,7 % (силенан). Урожайность повысилась, соответственно, на 14,4 и 17,8 % (таблица).

В фазу технической зрелости тенденция увеличения массы корнеплода от применения пектиновых биопрепаратов сохранилась, увеличение общей урожайности в вариантах с обработками биопрепаратами составило 8,6 % (лемнан) и 18,7 % (силенан). Наибольшая урожайность получена в варианте с обработкой моркови силенамом (38,8 т/га). Прибавка урожайности, по сравнению с контролем, в этом варианте составила 6,1 т/га.

Таблица 1.

Урожайность корнеплодов моркови столовой

№ п/п	Биопрепарат	Урожайность в период пучковой зрелости		Урожайность в период технической зрелости	
		т/га	% к контролю	т/га	% к контролю
1.	Лемнан	27,0	144,4	35,5	108,6
2.	Силенан	27,8	117,8	38,8	118,7
3.	Контроль	23,6	100,0	32,7	100,0

Пищевую ценность корнеплодов моркови характеризует, в основном, содержание в них каротина и сахара. Химический анализ корнеплодов показал, что применение пектиновых биопрепаратов повышает содержание в корнеплодах каротина на 0,5 мг% (лемнан) и 2,4 мг% (силенан). Содержание сахаров в корнеплодах моркови от применения лемнана и силенана не повысилось.

Содержание нитратов в корнеплодах моркови после обработок пектиновыми полисахаридами по сравнению с контролем (151 мг/кг) снизилось до 127 мг/кг (силенан) и 103 мг/кг (лемнан).

Таким образом, пектиновые полисахариды лемнан и силенан ускоряют рост и развитие, а также повышают урожайность моркови столовой. Лемнан и силенан повышают в корнеплодах моркови содержание каротина и снижают содержание нитратов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президиума РАН «Молекулярная и клеточная биология».

Список литературы:

1. Анисимов М.М., Петрова О.М., Логачев В.В., Донец Е.А., Горовой П.Г. Влияние водно-этанольного экстракта из *Caulophyllum robustum Maxim.* на рост корня проростков *Cucumis sativus L.* // Раст. ресурсы. — 2000. — Вып. 4. — С. 100—105.
2. Бушнева О.А., Оводова Р.Г., Мишарина Е.А. Силенаны — полисахариды смолевки обыкновенной (*Silene vulgaris*) // Химия раст. сырья. — 1999. — № 1. — С. 27—32.
3. Давидянц Э.С., Нешина Л.П., Нешин И.В. Влияние тритерпеновых гликозидов *Silphium perfoliatum L.* на рост проростков гороха и пшеницы // Раст. ресурсы. — 2001. — Вып. 3. — С. 93—97.
4. Елькина Е.А., Шубаков А.А., Оводов Ю.С. Влияние растительных полисахаридов на скорость прорастания семян *Lycopersicon esculentum M.* и *Cucumis sativus L.* // Химия раст. сырья. — 2002. — № 2. — С. 105—109.
5. Заботина О.А., Ибрагимова Н.Н., Заботин А.И., Трофимова О.И., Ситников А.П. Биологически активные олигосахариды из пектинов проростков *Pisum sativum L.*, влияющие на процесс корнеобразования // Биохимия. — 2002. — Т. 67, Вып 2. — С. 271—277.
6. Оводов Ю.С. Полисахариды цветковых растений: структура и физиологическая активность // Биоорг. химия. — 1998. — Т. 24., № 7. — С. 483—501.
7. Оводова Р.Г., Головченко В.В., Шашков А.С., Попов С.В., Оводов Ю.С. Структурное исследование и физиологическая активность лемнана, пектина из *Lemna minor L.* // Биоорг. химия. — 2000. — Т. 26., № 10. — С. 743—751.

4.2. БОТАНИКА

СТРУКТУРНАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ ЛИСТА ГАЛОФИТА *AELUROPUS LITTORALIS* (POACEAE BARNH.) В СВЯЗИ С ЭДАФИЧЕСКИМ ФАКТОРОМ

Бердибаева Дилфуза Базарбаевна

канд. биол. наук, ассистент ТИИТ,

г. Ташкент

E-mail: anatomb@mail.ru

Изучено анатомическое строение листа *Aeluropus littoralis* (Gouan.) Parl. из разных местообитаний (в Кызылкуме и плато Устюрт). Выявлена реакция тканей листа на эдафический фактор: засоленное местообитание вида в Кызылкуме способствовало формированию некоторых признаков галосуккулентности, а гипсированная почва Устюрта признаков ксероморфоза. На гипсированной почве Устюрта листья *Aeluropus littoralis* мельче, более густо опушены, стенки эпидермальных клеток сильно извилистые. Все ткани листа: эпидермальные клетки, устьица, палисадные клетки мельче, т. е. в структуре листа более выражен ксероморфоз. Реакция листа *Aeluropus littoralis* на эдафический фактор вполне адекватна, засоленные условия Кызылкума более благоприятны для этого вида.

Есть растения, типичные для засоленных почв, которые по характеру приспособления к засоленности субстрата представляют как бы противоположность суккулентам. Они не ограничивают себя в потреблении влаги засоленных почвенных растворов, потому что в течение всего вегетационного периода выделяют избыток солей на поверхности листьев, благодаря чему приобретают сероватую или белесоватую окраску. К таким растениям относятся злак ажрек (*Aeluropus*).

Aeluropus littoralis (Gouan.) Parl. (семейства Poaceae Barnh.) широко распространенный злак на засоленной почве Кызылкум. Урожайность *Aeluropus littoralis* на корковых солончаках не более 2 ц/га, на пухлых солончаках — 10—12 ц/га, а в исключительно благоприятные годы до 40 ц/га. Обычно образует, густые заросли

и может использоваться как сенокосное растение. Хорошее пастбищное кормовое растение в осенне-зимний период. Благодаря обильному содержанию солей перегнивает очень медленно, стебли долго сохраняют упругость и могут поедаться скотом до 3-х лет. При изучении злаков мало использован метод количественного учета анатомических признаков, позволяющей вскрыть истинную картину различий и способов адаптации злаков. Мы провели количественные анатомические исследования с целью более углубленного изучения особенностей строения листа галофита *Aeluropus littoralis*. Сравнительное анатомическое строение злаков в Юго-Западном Кызылкуме и плато Устюрт ранее не изучалось.

Aeluropus littoralis (Gouan.) Parl. — шўражрик, чаир, каган, прибрежница солончаковая — корневищный многолетний злак, трихогидрофит, солевыделяющий галофит. Ареал - Средиземье, Малая Азия, Армения-Курдистан, Иран, Индия — Гималаи и вся Средняя Азия. Растет на солончаках, по долинам рек на равнинах и в предгорьях. Изучено строение листа *Aeluropus littoralis* из различных местобитаний: солончак в 300 м к Югу от Кызылкумской пустынной станции на влажном солончаке с хлоридно-сульфатным типом засоления до 3 % и плато Устюрт на гипсированной почве. Анатомическое строение листа изучено на фиксированном материале в 70 %-м этаноле по общепринятой методике [7]. Статистическая обработка количественных данных проведена с использованием общепринятых критериев [8; 2] при помощи персонального компьютера (MS Excel).

Расположение листьев *Aeluropus littoralis* на побеге очередное. Лист узкий, линейный с заостренной верхушкой. Длина листа варьирует: у растений на солончаковой почве 3—7 см, на гипсированной — 2—3 см, ширина соответственно 0,2—0,3 мм, т. е. листья на гипсированной почве сравнительно мельче. Форма листа на поперечном срезе лентовидно-ребристая, края их слабо скручиваются внутрь. Равномерная ребристость более выражена на адаксиальной стороне. Папиллы сосочковидные, с обеих сторон листа, на адаксиальной стороне их больше 102,1, на абаксиальном 68,1 на 1 мм² (Кызылкум), на листе с плато Устюрт папилл больше, чем в Кызылкуме 134—276 на 1 мм² (таблица). Эпидерма однорядная. Адаксиальная эпидерма в Кызылкуме высокая, с более утолщенной наружной стенкой, чем на плато Устюрт. На парадермальных срезах стенки эпидермальных клеток слабо извилистые. Лист амфистоматичный, устьица граминоидного типа, в Кызылкуме погружены глубже (на $7,6 \pm 0,2$ мкм), чем на плато Устюрт ($4,4 \pm 0,1$ мкм). В условиях Кызылкума устьица преобладают на абаксиальной стороне

листа, а в условиях Устюрта на адаксиальной, что согласуется с данными работ ряда исследователей [3; 4; 5] о преобладании у ксерофитных злаков устьиц на адаксиальной стороне листа. Моторные клетки (3—4) находятся в межпучковых перемышках адаксиальной эпидермы (рис.). В состав эпидермы входят клетки, содержащие кремний. Большую роль в процессе адаптации злаков и выделении типов мезофилла играет обкладка проводящих пучков [6]. Мезофилл эрагостоидного типа. Палисадная паренхима расположена радиально вокруг проводящих пучков и представлена одним рядом невысоких клеток. Обкладка проводящих пучков состоит из крацевых клеток и 1 ряда паренхимных. Высота клеток крацевой обкладки $26,8 \pm 0,6$ мкм (Кызылкум), $20,6 \pm 0,5$ мкм (плато Устюрт). Палисадные клетки прерываются склеренхимой на абаксиальной стороне, иногда и на адаксиальной. Число проводящих пучков на поперечном срезе 10—15. Пучки почти равные по размеру в обоих местообитаниях. В.К. Василевская (1940) [1] в листьях злаков холодных пустынь (Памир) отметила отсутствие склерификации и обилие масла. В пустынях средиземноморского типа (Копетдаг) у *Aeluropus littoralis* ксероморфные признаки были слабо выражены. Склеренхима представлена тяжами из мелких клеток с обеих сторон проводящего пучка и по краям листовой пластинки. Толщина склеренхимы с обеих сторон пучка — $26,2 \pm 0,9$ — $26,6 \pm 1,0$ мкм (Кызылкум), $25,4 \pm 0,8$ — $13,9 \pm 0,5$ мкм (плато Устюрт). Толщина оболочек клеток склеренхимы в Кызылкуме $2,3 \pm 0,1$ мкм, на плато Устюрт $1,4 \pm 0,04$ мкм. Внутренняя (местомная) обкладка выражена в виде одного ряда изодиаметрических клеток. В межпучковых перемышках палисадная паренхима одного пучка соприкасается с палисадной паренхимой другого пучка.

Таким образом, основной состав и топография тканей листьев *Aeluropus littoralis* одинаковы независимо от эдафического фактора. В условиях засоленной почвы Кызылкума листья *Aeluropus littoralis* длиннее, менее опушенные, эпидермальные клетки высокие, устьиц больше и они крупнее, толщина мезофилла и склеренхимы листа больше, палисадные клетки и крацевая обкладка крупнее, индекс палисадности высокий, степень склерификации в целом выше, что соответствует появлению признаков галосуккулентности (увеличение размеров клеток) под влиянием солей. На гипсированной почве Устюрта листья *Aeluropus littoralis* мельче, более густо опушены, стенки эпидермальных клеток сильно извилистые. Все ткани листа: эпидермальные клетки, устьица, палисадные клетки мельче, т. е. в структуре листа более выражен ксероморфоз. В обоих условиях

не изменилась ширина пластинки листа, коэффициент ребристости и погруженность устьиц по отношению к высоте клетки эпидермы. Т. е. реакция листа *Aeluropus littoralis* на эдафический фактор вполне адекватна, засоленные условия Кызылкума более благоприятны для этого вида.

Таблица 1.

Морфологические и анатомические показатели листа *Aeluropus littoralis* в связи с разными местообитаниями

Признаки		Устьюрт	Кызылкум
Длина листовой пластинки		3,1±0,1	7, 5±0,4
Ширина листовой пластинки		0,2±0,01	0,2±0,01
Число папиллы на 1 мм ²	адаксиальная	276,02±6,9	102,1±3,1
	абаксиальная	134,68±5,6	68,1±1,9
Высота эпидермальной клетки, мкм	адаксиальная	6,3±0,2	12,8±0,4
	абаксиальная	8,5±0,4	15,7±0,5
Толщина наружной стенки, мкм	адаксиальная	2,8±0,1	3,3± 0,1
	абаксиальная	3,1±0,1	4,4 ± 0,2
Отношение толщины наружной стенки к высоте клетки, %	адаксиальная	0,4	0,2
	абаксиальная	0,3	0,3
Толщина мезофилла, мкм:	по ребру	95,9±5,9	222,7±2,3
	по борозде	62,2±2,4	145,6±2,7
Коэффициент ребристости		1,5	1,5
Палисадные клетки, мкм:	высота	19,9±0,6	26,5±0,7
	ширина	6,3±0,2	7,8±0,3
Индекс палисадности		3,1	3,4
Толщина склеренхимы в пучке, мкм	адаксиальная	25,4±0,8	26,2±0,9
	абаксиальная	13,9±0,5	26,6±1,0
Высота кранц-обкладки, мкм:		20,6±0,5	26,8±0,6
Толщина стенки клетки склеренхимы, мкм		1,4±0,04	2,3±0,1
Число устьиц на 1 мм ²	адаксиальная	69,2±1,8	65,5±2,0
	абаксиальная	53,3±1,8	92,8±2,3

Длина замыкающих клеток устьиц, мкм	адаксиальная	$23,3 \pm 0,4$	$28,2 \pm 0,9$
	абаксиальная	$21,2 \pm 0,6$	$33,2 \pm 0,4$
Ширина замыкающих клеток устьиц, мкм	адаксиальная	$7,7 \pm 0,2$	$19,2 \pm 0,5$
	абаксиальная	$6,9 \pm 0,2$	$20,3 \pm 0,4$
Погруженность устьиц, мкм	адаксиальная	$4,7 \pm 0,2$	$6,2 \pm 0,2$
	абаксиальная	$4,4 \pm 0,1$	$7,6 \pm 0,2$

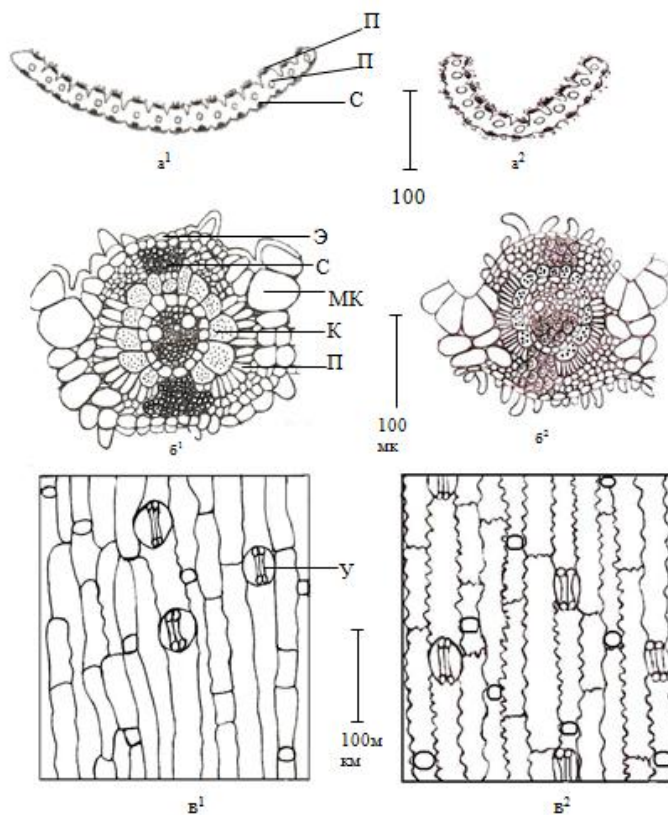


Рисунок 1. Условные обозначения

Элементы листа *Aeluropus littoralis* на поперечных срезах: а¹, а² — общий вид, б¹, б² — мезофилл, в¹, в² — эпидерма. а¹, б¹, в¹ — Кызылкум,

a^2 , b^2 , v^2 — Устьюрг. П — папиллы, ПП — проводящий пучок, СК — склеренхима, Э — эпидерма, МК — моторные клетки, КО — Kranz-обкладка, ПЛ — палисадная паренхима, У — устьице.

Список литературы:

1. Василевская В.К. Анатомо-морфологические особенности растений холодных и жарких пустынь Средней Азии // Уч. зап. ЛГУ, 1940. — № 62. — вып. 14. — 149 с.
2. Зайцев Г.Н. Математика в экспериментальной ботанике. — М.: Наука, 1991. — 296 с.
3. Мирославов Е.А. Структура и функция эпидермиса листа покрытосеменных растений. — Л., Наука. 1974. — 105 с.
4. Николаевская Л.Д. Особенности анатомического строения злаков — псаммофитов Нижнеднепровских песков: Автореф. дисс. канд. биол. наук. — Орджоникидзе, 1968. — 23 с.
5. Николаевский В.Г. Сравнительное исследование ксероморфных и мезоморфных признаков в строении листа злаков // Бот. журн. — М. — Л., Наука. 1970. Т. 55. — № 10. — С. 1442—1449.
6. Серебрякова Т.И. Морфогенез побегов и эволюция жизненных форм злаков. — М.: Наука, 1971. — 331 с.
7. Транковский Д.А. Практикум по анатомии растений. — М.: Высшая школа, 1979. — 221 с.
8. Шмидт В.М. Математические методы в ботанике. — ЛГУ., 1984. — 285 с.

4.3. ЗООЛОГИЯ

ВИДОВОЙ СОСТАВ, ЧИСЛЕННОСТЬ И ОСНОВНЫЕ МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ РЫБ УРБАНИЗИРОВАННОЙ ТЕРРИТОРИИ (НА ПРИМЕРЕ Г. МИНСКА)

Змачинский Александр Станиславович

преподаватель КИИ МЧС,

г. Минск

E-mail: a.zmachynski@mail.ru

В настоящее время в городах Беларуси проживает большая часть населения (около 75 %), концентрируются крупнейшие промышленные предприятия, значительная доля автомобильного и другого транспорта. Экологическая обстановка г. Минска определяет качество жизненной среды примерно 20 % всего населения Беларуси [7, 8, 14]. Характерные для крупных городов страны экологические проблемы, связанные с ухудшением качества поверхностных вод и их использованием в целях рекреации, в условиях Минска приобретают особую остроту [2, 4, 5, 9, 12, 13, 15]. Научный интерес представляет выяснение путей адаптации городских популяций животных, в том числе рыб, к антропогенным факторам в условиях их максимальной концентрации на ограниченном пространстве. Широкая представленность таких факторов в большом городе позволяет более объективно подойти к выявлению механизмов адаптации водных организмов. Уникальным представляется и место расположения города Минска — на стыке водных систем, относящихся к бассейнам Балтийского и Черного морей. Установление видового состава и структуры ихтиоценозов водных объектов города позволяет выявить, с одной стороны, изменения в составе ихтиофауны Минска за последние годы, с другой — механизмы формирования ихтиофауны Беларуси в целом [3, 11].

Исследования проводились в весенне-летне-осенний период 2008—2012 гг. Всего обследовано и обловлено 68 участков 3-х рек и 3-х водных минских систем и 93 водоема. Сбор материала проводили по общепринятым ихтиологическим методикам [1, 6, 10, 16]. Принятое

обозначение численности: многочисленный вид — встречается в уловах очень часто, обычный — встречается часто, немногочисленный — встречается со средней частотой, малочисленный — встречается редко, единичный — встречается очень редко. Морфометрический анализ проводили на свежем материале по схеме, предложенной И.Ф. Правдиным [10]. Всего исследовано 10 меристических признаков: количество жестких и мягких лучей в спинном (D), анальном (A), грудном (P) и брюшном (V) плавниках, число жаберных тычинок на 1-й жаберной дуге (sp.br), жаберных дуг (г. br.), чешуй в боковой линии (l.l.), поперечных рядов чешуй на боках тела (squ.), и позвонков (vert.), а также формулы глоточных зубов у карповых рыб. Для рыб, редко или очень редко встречающихся в пределах города, меристические признаки не приводятся.

1. Щука обыкновенная — *Esox lucius* Linnaeus, 1758. За период исследования выловлены 9 экземпляров рыб, 5 получены от рыболовов, 2 только отмечены у рыболовов (морфологические показатели не снимались). Из 14 рыб 6 экземпляров были половозрелыми в возрасте от 2+ до 6+ лет (4 самца и 2 самки), абсолютная длина колебалась в пределах 215,5—500,3 мм, масса — 141,2—1123,3 г. Малочисленный или единичный вид в р. Свислочь и ее водохранилищах, Цнянском водохранилище, нижней части Слепянской водной системы, пруду Лебязьем.

2. Плотва обыкновенная — *Rutilus rutilus* (Linnaeus, 1758). Выловлены 924 экземпляра рыб, 300 зарегистрированы в уловах рыболовов. Из 1124 экземпляров рыб 884 экземпляра были половозрелыми в возрасте 2+— 11+ лет (76,78 %): на долю самцов приходилось 50,4 % (445 экземпляров), на долю самок — 49,6 % (439 экземпляров). Чаще всего встречались рыбы в возрасте 3+ и 4+ лет. Абсолютная длина и масса половозрелых рыб варьировала в пределах: самцов — 65,0—343,5 мм и 7,4—380,5 г, самок соответственно — 72,2—345,3 мм и 9,8—405,5 г. Исследования показали, что наиболее интенсивное приращение длины у плотвы происходит в возрасте 1+— 3+ лет и в преклонном возрасте, массы — начиная с возраста 4+ лет. Основные морфологические показатели: D (II) III—IV (7) 8—11, A II—III (IV) (7) 8—12, P I(II) 12—18, V I—II 8—9 (10), l.l. (38) 40—47, sp. br. 9—16 (17), vert. 38—42. Формула глоточных зубов 5—5, 6—5, 5—6, реже 5—4, 4—5, 6—6. Многочисленный и широко распространенный вид в р. Свислочь со всеми притоками, водохранилищами и русловыми прудами, в небольшом количестве встречается также в 7 прудах и 4 отстойниках города.

3. Елец обыкновенный — *Leuciscus leuciscus* (Linnaeus, 1758).

Выловлены 12 экземпляров рыб. Из них 10 экземпляров были половозрелыми: 7 самцов в возрасте 2+ — 4+ лет абсолютной длины 112,3—174,5 мм и массой 17,5—78,6 г и три самки соответственно — 150,4—18,2 мм и 44,0—82,3 г. Малочисленный вид, обитающий в р. Свислочь выше и ниже Чижовского водохранилища.

4. Язь обыкновенный — *Leuciscus idus* (Linnaeus, 1758).

Выловлены только 2 экземпляра язя: самец в возрасте 2+ лет абсолютной длины 144,4 мм и массой 59,5 г и самка в возрасте 3+ лет, длиной 153,4 мм и массой 92,0 г. Единично встречается в р. Свислочь ниже Чижовского водохранилища.

5. Голавль обыкновенный — *Leuciscus (Squalius) cephalus* (Linnaeus, 1758). Выловлены 4 экземпляра рыб, один получен от рыболова. Из 5 рыб 3 были половозрелыми: 2 самца в возрасте 3+ и 5+ лет абсолютной длины 165,2 и 240,6 мм, массой 98,5 и 236,3 г, а также самка в возрасте 4+ лет соответственно — 205,2 мм и 164,8 г. Единично встречается в р. Свислочь выше и ниже Чижовского водохранилища.

6. Красноперка обыкновенная — *Scardinius erythrophthalmus* (Linnaeus, 1758). Выловлено 48 экземпляров красноперки, еще 10 экземпляров отмечены в уловах рыболовов. Из 58 рыб половозрелыми были 39: 15 самцов в возрасте 3+ — 5+ лет абсолютной длины от 98,6 до 155,8 мм и массой от 20,5 до 69,3 г, 24 самки того же возраста абсолютной длины от 105,5 до 167,4 мм и массой от 26,2 до 95,8 г. Основные морфологические показатели: D (II) III 8—10, A II—III 9—13, P I 12—16, V (I) II 7—8, l.l. (36) 37—45, sp. br. 8—13, vert. 36—39. Формула глоточных зубов 3.5—5.3, реже 2.5—5.2, 2.5—5.3. Малочисленный вид, встречающийся в р. Свислочь с водохранилищами и русловыми прудами, Цнянском водохранилище и Слепянской водной системе.

7. Жерех обыкновенный — *Aspius aspius* (Linnaeus, 1758).

В сентябре 2012 года в р. Свислочь в районе пос. Новый Двор рыболовом пойман самец жереха в возрасте 4+ лет абсолютной длины 223,1 мм и массой 214,5 г. Единично встречается в р. Свислочь ниже Минской кольцевой автомобильной дороги (по устным сообщениям — и выше нее).

8. Верховка обыкновенная — *Leucaspius delineatus* (Heckel, 1843). Выловлено 576 экземпляров верховки, еще 154 экземпляра отмечены в уловах рыболовов. Из 730 рыб исследовали 150 половозрелых особей в возрасте 2+ — 5+ лет: 70 самцов абсолютной длины от 41,5 до 85,6 мм и массой от 4,0 до 8,1 г, 80 самок

абсолютной длины от 48,4 до 114,2 мм и массой от 4,8 до 10,2 г. Основные морфологические показатели: D (II) III 7—9 (10), A III (IV) (9) 10—14, P I (12) 13—15, V II 7—9, l.l. 0—12 (13), squ. 40—48, sp. br. (9) 10—16, vert. (37) 38—40. Формула глоточных зубов 1.5—5.1, 1.5—4.1, реже 1.5—4.2, 2.5—4.1, 2.5—4.2, 2.5—5.1, 5—4.1, 5—4.2. Многочисленна во многих прудах города, обычна или немногочисленна в р. Свислочь, ее притоках, водохранилищах и русловых прудах.

9. Быстрянка обыкновенная — *Alburnoides bipunctatus* (Bloch, 1782). В августе 2012 года в р. Свислочь в 1 км ниже пос. Новый Двор пойманы две быстрянки в возрасте 1+ и 2+ лет абсолютной длины 69,8 и 78,7 мм и массой 4,3 и 6,2 г, один экземпляр пойман рыболовом в 100 метрах от плотины Чижовского водохранилища. Единично встречается в р. Свислочь ниже плотины Чижовского водохранилища.

10. Линь — *Tinca tinca* (Linnaeus, 1758). Выловлено 24 экземпляра линя, еще 18 экземпляров отмечены в уловах рыболовов. Из 42 рыб половозрелыми были 30: 18 самцов в возрасте 3+ — 6+ лет абсолютной длины от 148,5 до 273,2 мм и массой от 136,5 до 590,3 г, 12 самок в возрасте 3+ — 7+ лет абсолютной длины от 158,8 до 332,4 мм и массой от 154,7 до 715,6 г. Основные морфологические показатели: D III—IV (7) 8—9, A III 6—8, P I—II 14—16, V II 8—9, l.l. 88—108, sp. br. 11—14, vert. 39—41. Формула глоточных зубов 4—5, 5—4, реже 3—5, 5—5. Малочисленный или единичный вид в р. Свислочь с водохранилищами и русловыми прудами, Цнянском водохранилище и Слепянской водной системе.

11. Пескарь обыкновенный — *Gobio gobio* (Linnaeus, 1758). Выловлено 320 экземпляров пескаря, еще 86 экземпляров отмечены в уловах рыболовов. Из 406 рыб 282 были половозрелыми: самцы в возрасте 1+ — 5+ лет абсолютной длины от 65,1 до 158,6 мм и массой от 7,5 до 90,1 г, самки в возрасте 2+ — 7+ лет абсолютной длины от 88,4 до 178,8 мм и массой от 10,8 до 111,2 г. Основные морфологические показатели: D III 6—7 (8), A II—III (5)6(7), P I (12) 13—16, V I—II (6) 7—8, l.l. (37) 38—45, sp. br. (o) 1—6 (7), vert. (38) 39—40. Формула глоточных зубов 3.5—5.3, 2.5—5.2, реже 2.5—5.3, 2.4—4.2, 2.4—5.3. Обычный и местами многочисленный вид в р. Свислочь, немногочисленный или редкий — в других водотоках.

12. Чебачок амурский — *Pseudorasbora parva* (Temminck et Schlegel, 1846). Выловлено 7 экземпляров рыб: четыре самца в возрасте 2+ и 3+ лет и три самки в возрасте 3+ — 4+ лет. Абсолютная длина исследованных рыб колебалась в пределах от 72,5 до 86,3 мм, длина без хвостового плавника — от 58,1 до 71,3 мм, масса — от 7,8 до 10,5 г. Малочисленный вид, встречающийся в Чижовском

водохранилище, р. Свислочь ниже указанного водохранилища и пруду зоопарка.

13. Уклейка обыкновенная — *Alburnus alburnus* (Linnaeus, 1758). Выловлено 324 экземпляра пескаря, еще 86 экземпляров отмечены в уловах рыбаков. Из 410 рыб 282 были половозрелыми: самцы в возрасте 1+ — 5+ лет абсолютной длины от 65,1 до 158,6 мм и массой от 7,5 до 90,1 г, самки в возрасте 2+ — 7+ лет абсолютной длины от 88,4 до 178,8 мм и массой от 10,8 до 111,2 г. Основные морфологические показатели: D III 6—7(8), A II—III (5) 6 (7), P I (12)13—16, V I—II (6) 7—8, l.l. (37) 38—45, sp. br. (o) 1—6 (7), vert. (38) 39—40. Формула глоточных зубов 3.5—5.3, 2.5—5.2, реже 2.5—5.3, 2.4—4.2, 2.4—5.3. Многочисленный и широко распространенный вид в большинстве водных объектов города, немногочисленный или редкий — в некоторых водоемах.

14. Горчак европейский — *Rhodeus amarus* (Bloch, 1782). Выловлено 203 экземпляра горчака, еще 44 экземпляра отмечены на берегах водотоков. Из 247 рыб исследованы 120 половозрелых экземпляров в возрасте 1+ — 4+ лет: 45 самцов и 75 самок абсолютной длины 55,6—90,8 (самцы) и 58,3—95,2 мм (самки), массой 2,6—7,9 (самцы) и 3,2—8,5 мм (самки). Основные морфологические показатели: D III 8—10, A III 9—10, P I 10—12, V (I)II 6—8, l.l. (3) 4—7, sp. br. 8—12, vert. 31—33. Формула глоточных зубов 5—5, редко 4—5. Обычный вид в Слепянской водной системе, на отдельных участках р. Свислочь и в некоторых прудах города, малочислен в других притоках р. Свислочь и прудах.

15. Лещ обыкновенный — *Abramis brama* (Linnaeus, 1758). Выловлено 122 экземпляра леща, еще 54 экземпляра отмечены в уловах рыбаков. Из 176 рыб половозрелыми были 86: 50 самцов в возрасте 3+ — 10+ лет абсолютной длины от 155,6 до 583,2 мм и массой от 54,4 до 3840,5 г, 36 самок в возрасте 3+ — 9+ лет абсолютной длины от 156,8 до 512,4 мм и массой от 55,5 до 2630,3 г. Основные морфологические показатели: D III 8—10, A III 22—30, P I 14—18, V II 8—10, l.l. (48) 49—59, sp. br. 18—28, vert. 42—45. Формула глоточных зубов 5—5, реже 6—5. Обычный или немногочисленный вид в р. Свислочь с водохранилищами и русловыми прудами, Слепянской и Сеницкой водных системах, р. Тростянка.

16. Густера — *Blicca bjoerkna* (Linnaeus, 1758). Выловлено 112 экземпляров рыб, еще 48 экземпляра отмечены в уловах рыбаков. Из 160 рыб половозрелыми были 82: 38 самцов в возрасте 3+ — 7+ лет абсолютной длины от 121,4 до 267,9 мм и массой от 25,8 до 610,4 г, 44 самки в возрасте 3+ — 8+ лет абсолютной длины от 125,5

до 270,5 мм и массой от 32,6 до 724,5 г. Основные морфологические показатели: D III 7—9, A III 18—24, P I 14—16, V II 8—9, l. l. 43—50, sp. br. 14—20 (22), vert. 40—42. Формула глоточных зубов 2.5—5.2, 3.5—5.2, 3.5—5.3, реже 2.5—5.2, 2.5—5.3. Обычный или немногочисленный вид в р. Свислочь с водохранилищами и русловыми прудами, Слепянской водной системе и Цянском водохранилище.

17. Карась обыкновенный — *Carassius carassius* (Linnaeus, 1758). Выловлено 62 экземпляра рыб, еще 21 экземпляр отмечен в уловах рыболовов. Из 83 рыб половозрелыми были 34: 20 самцов в возрасте 2+ —7+ лет абсолютной длины от 92,4 до 304,5 мм и массой от 28,9 до 984,8 г, 14 самок в возрасте 3+ —7+ лет абсолютной длины от 101,3 до 324,2 мм и массой от 36,6 до 1225,5 г.; 24 экземпляра были представлены карликовой формой — *morpha humilis*. Основные морфологические показатели: D III—IV 15—20, A II—III 5—7, P I 14—16, V II 8—9, l. l. 32—38, sp. br. 26—38, vert. 30—33. Формула глоточных зубов 4—4, реже 3—4, 4—3. Обычен только в одном пруду города (в р-не Долгиновского тракта), в остальных водотоках и водоемах — редкий вид.

18. Карась серебряный — *Carassius auratus gibelio* (Bloch, 1782). Выловлено 240 экземпляров рыб, еще 50 экземпляра отмечены в уловах рыболовов. Из 290 рыб половозрелыми были 136: 55 самцов в возрасте 3+ —9+ лет абсолютной длины от 101,3 до 320,4 мм и массой от 35,4 до 1234,6 г, 81 самка в возрасте 3+ —11+ лет абсолютной длины от 103,2 до 402,2 мм и массой от 40,6 до 2560,5 г; 33 экземпляра были представлены карликовой формой — *morpha humilis*. Основные морфологические показатели: D III—IV 15-18, A II—III 4—6, P I 14—16, V I—II 7—8, l. l. 29—50, sp. br. 40—50 (51), vert. (28) 29—33. Формула глоточных зубов 4—4, реже 3—4. Многочисленный или обычный вид в р. Свислочь, всех водных системах и большинстве прудов, немногочисленный или редкий — на отдельных участках водотоков и в некоторых прудах.

19. Сазан (кари) обыкновенный — *Cyprinus carpio* Linnaeus, 1758. Выловлено 58 экземпляров рыб, еще 23 экземпляра отмечены в уловах рыболовов. Из 81 рыб половозрелыми были только 16: 9 самцов в возрасте 3+ —9+ лет абсолютной длины от 168,6 до 550,5 мм и массой от 98,8 до 4353,4 г; 7 самок в возрасте 3+ —8+ лет абсолютной длины от 172,5 до 515,6 мм и массой от 102,4 до 3103,4 г. Основные морфологические показатели: D III—IV 16—24, A III 5—6, P I 14—17, V I—II 7—8, l. l. 32—40, sp. br. 23—30 (32), vert. 36—38. Формула глоточных зубов 1.1.3—3.1.1, реже 1.1.2—2.1.1. Обычен или немногочислен в водохранилищах Криница и Дрозды,

Комсомольском озере, редкий или единичный — в др. водотоках и водоемах.

20. Амур белый — *Ctenopharyngodon idella* (Valenciennes, 1844). Выловлено 2 экземпляра — в р. Свислочь ниже Чижовского водохранилища и в Комсомольском озере, еще 3 экземпляра отмечены в уловах рыбаков из водохранилищ Криница (2 особи) и Дрозды (1). Из 5 рыб половозрелыми были 2: 1 самец в возрасте 7+ лет абсолютной длиной 746,3 мм и массой 2850,4 г и самка в возрасте 8+ лет соответственно 789,5 мм и 3120,6 г. Немногочислен в водохранилищах Криница и Дрозды, единично попадает в р. Свислочь и ее водохранилищах.

21. Толстолобик белый — *Hypophthalmichthys molitrix* (Valenciennes, 1844) В р. Свислочь ниже Чижовского водохранилища выловлена неполовозрелая особь длиной 180,6 мм и массой 124,5 г; в водохранилище Дрозды два экземпляра отмечены в уловах рыбаков, один из которых был половозрелым самцом в возрасте 7+ лет, длиной 688,5 мм и массой 2104,5 г. Единично попадает в р. Свислочь и ее водохранилищах.

22. Вьюн обыкновенный — *Misgurnus fossilis* (Linnaeus, 1758). Выловлено 6 экземпляров рыб, еще 2 экземпляра отмечены в уловах рыбаков. Из 8 рыб половозрелыми были 6: 2 самца в возрасте 4+ и 5+ лет абсолютной длины 168,5 и 180,5 мм и массой 28,8 и 36,4 г; 4 самки в возрасте 4+ —6+ лет абсолютной длины от 159,8 до 210,6 мм и массой от 25,4 до 46,4 г. Единично попадает в р. Свислочь и ее пойменных прудах.

23. Щиповка обыкновенная — *Cobitis taenia* Linnaeus, 1758. Выловлено 16 экземпляров рыб, еще 8 экземпляров отмечены в уловах рыбаков. Из 24 рыб половозрелыми были только 14: 8 самцов в возрасте 2+ —4+ лет абсолютной длины от 92,6 до 121,5 мм и массой от 7,8 до 10,6 г; 6 самок того же возраста абсолютной длины от 95,5 до 122,4 мм и массой от 8,0 до 11,2 г. Основные морфологические показатели: D II—III 6—7, A II—III 5—6, P I 6—8, V I—II 5—6, C I 14—15 I, sp. br. 10—14, vert. 42—45. В настоящее время малочисленный вид в р. Свислочь и Слепянской водной системе (отдельные участки).

24. Голец усатый (обыкновенный) — *Barbatula barbatula* (Linnaeus, 1758). Выловлено 26 экземпляров рыб, среди которых половозрелыми были 17: 10 самцов в возрасте 2+ —5+ лет абсолютной длины от 118,5 до 160,7 мм и массой от 12,8 до 16,4 г; 7 самок в возрасте 2+ —4+ лет абсолютной длины от 104,5 до 155,2 мм и массой от 10,8 до 15,4 г. Основные морфологические показатели:

D II—III 6—7, A III—IV 5—6, P I 10—12, V I—II 6—7, C I 16—18 I, sp. br. 9—10, vert. 36—38. Как и щиповка, малочисленный вид в р. Свислочь и Слепянской водной системе (отдельные участки).

25. Сом европейский (обыкновенный) — *Silurus glanis* Linnaeus, 1758. Выловлен 1 экземпляр, 1 экземпляр отмечен в улове рыболова. Все экземпляры были словлены в р. Свислочь ниже Чижовского водохранилища и оказались непополовозрелыми особями длиной 345,5 и 589,7 мм и массой 229,5 и 314,2 г. Единичен в водохранилищах Криница и Дрозды, а также в р. Свислочь ниже Чижовского водохранилища.

26. Налим обыкновенный — *Lota lota* (Linnaeus, 1758). Выловлено 2 экземпляра: в р. Свислочь выше Комсомольского озера самец в возрасте 4+ лет абсолютной длиной 360,5 мм и массой 245,6 г, в той же реке ниже Чижовского водохранилища — самка в возрасте 3+ лет, соответственно 290,5 мм и 155,6 г. Единичен в р. Свислочь ниже Чижовского водохранилища.

27. Колюшка трехглая — *Gasterosteus aculeatus* Linnaeus, 1758. Выловлено 444 экземпляра рыб, около 100 экземпляров отмечены мертвыми на берегах водотоков. Из 444 выловленных рыб исследовали 150 половозрелых особей: 70 самцов в возрасте 1+ — 4+ лет абсолютной длины от 70,5 до 10,9 мм и массой от 3,5 до 7,6 г и 80 самок того же возраста абсолютной длины от 71,2 до 11,3 мм и массой от 4,2 до 8,5 г. Основные морфологические показатели: D II—IV 8—12, A I 7—10, P 8—12, V I 1, l.l. 18—25, sp. br. 14—24, vert. 28—33. Боковых пластинок 8—24. Обычный вид в р. Свислочь, р. Цна и Лошицкой водной системе, немногочисленный — в других водных системах, малочисленный — в прудах.

28. Судак обыкновенный — *Stizostedion lucioperca* (Linnaeus, 1758). Выловлено 16 экземпляров рыб, еще 9 экземпляров отмечены в уловах рыболовов. Из 25 рыб половозрелыми были 12: 7 самцов в возрасте 4+ —7+ лет абсолютной длины от 244,3 до 454,5 мм и массой от 488,4 до 2650,5 г и 5 самок того же возраста абсолютной длины от 251,5 до 512,3 мм и массой от 492,2 до 2841,4 г. Основные морфологические показатели: ID XII—XV, IID II—IV 20—28, A II—IV 10—16, P I 14—16, V I 5—6, l.l. 85—95, sp. br. 12—22, vert. 42—46. Немногочисленный вид в водохранилищах Криница, Дрозды и Цнянское, единичный — в р. Свислочь и Слепянской водной системе.

29. Окунь речной (обыкновенный) — *Perca fluviatilis* Linnaeus, 1758. Выловлено 689 экземпляров рыб, еще 156 экземпляров отмечены в уловах рыболовов и мертвыми на берегах. Из 845 рыб исследованы 250 половозрелых особей: 125 самцов в возрасте 3+ —8+ лет

абсолютной длины от 128,5 до 216,5 мм и массой от 96,5 до 1460,8 г и 125 самок в возрасте 3+ —9+ лет абсолютной длины от 135,2 до 224,7 мм и массой от 99,1 до 1695,3 г. Основные морфологические показатели: ID XII—XVI, IID II—IV 12—16, A II—III 7—10, P I—II 11—15, V I 4—6, l.l. 58—72, sp. br. 17—28, vert. 38—43. Многочисленный и широко распространенный вид, обитающий во всех водотоках и 11 прудах города (малочислен лишь в Лошицкой водной системе и некоторых прудах).

30. Ерш обыкновенный — *Gymnocephalus cernuus* (Linnaeus, 1758). Выловлено 192 экземпляра рыб, еще 44 экземпляра отмечены в уловах рыбаков и на берегах мертвыми. Из 236 рыб половозрелыми были 143: 74 самца в возрасте 2+ —8+ лет абсолютной длины от 68,5 до 151,3 мм и массой от 18,4 до 86,5 г и 69 самок того же возраста абсолютной длины от 72,4 до 147,4 мм и массой от 19,1 до 79,5 г. Основные морфологические показатели: ID XII—XV, IID 10—14, A I—II 5—7, P I—II 11—14, V I 4—5, l.l. 34—44, squ. 55—63, sp. br. 8—14, vert. 32—35. Обычный вид в р. Свислочь и Цнянском водохранилище, малочисленный и единичный — в Слепянской и Сеницкой водных системах и р. Тростянка.

31. Бычок-песочник — *Neogobius fluviatilis* (Pallas, 1814). Выловлено 304 экземпляра рыб, еще 54 экземпляра отмечены в уловах рыбаков. Из 358 рыб половозрелыми были 192: 112 самцов в возрасте 2+ —4+ лет абсолютной длины от 88,6 до 184,5 мм и массой от 12,4 до 44,5 г и 80 самок того же возраста абсолютной длины от 90,5 до 191,3 мм и массой от 15,6 до 56,5 г. Основные морфологические показатели: ID V—VI, IID I 15—17, A I 14—16, P 16—18, V 11—13, squ. 55—63, sp. br. 7—10, vert. 32—33. В настоящее время обычный вид в р. Свислочь, водохранилищах и русловых прудах, немногочисленный — в Слепянской водной системе.

32. Ротан-головешка — *Percottus glenii* Dybowski, 1877. Выловлено 762 экземпляра рыб, еще 317 экземпляров отмечены в уловах рыбаков и на берегах мертвыми. Из 1079 рыб исследовали 300 половозрелых особей: 150 самцов в возрасте 2+ —6+ лет абсолютной длины от 123,6 до 223,5 мм и массой от 30,8 до 178,6 г и 150 самок того же возраста абсолютной длины от 125,7 до 250,2 мм и массой от 42,0 до 210,2 г. Основные морфологические показатели: ID VI—VIII, IID I—II 9—12, A I—III 8—10 (11), P I (II) 11—14, V I 5 (6), squ. 38—42, sp. br. 11—14, vert. 30—33. Многочисленный или обычный вид в Лошицкой и Сеницкой водных системах, почти во всех прудах (обнаружен в 72-х), малочисленный — в р. Свислочь и некоторых других ее притоках.

33. Подкаменщик обыкновенный — *Cottus gobio* Linnaeus, 1758. В августе 2012 года в р. Свислочь у впадения в реку канала Лошицкой водной системы (2,5 км выше Чижовского водохранилища) пойманы самец и самка в возрасте 3+ лет абсолютной длины 90,4 и 102,4 мм и массой 11,2 и 12,5 г. Единично встречается в р. Свислочь выше и ниже плотины Чижовского водохранилища.

Таким образом, в водных объектах г. Минска достоверно выявлено обитание 33 видов рыб, относящихся к 6 отрядам, 11 семействам и 40 родам. Учитывая, что в настоящее время в водотоках и водоемах Беларуси в условиях естественной свободы достоверно установлено обитание 64 видов рыб, четыре из которых (игла-рыба черноморская, колюшка малая южная, пуголовка звездчатая и бычок-цуцик) проникли на территорию страны в последнее десятилетие [11], более половины всех видов рыб Беларуси обитает в водных объектах г. Минска.

Наиболее распространенными и многочисленными являются ротан, карась серебряный, плотва, верховка и окунь. Через 40 лет после первого обнаружения в нескольких прудах г. Минска ротан-головешка встречается во всех водотоках и в большинстве водоемов (77,4 % от их общего числа) г. Минска и его окрестностей. В десятой части (9,7 %) всех исследованных водоемов ротан является единственным представителем ихтиофауны. Наряду с ротаном в бассейне р. Свислочь обнаружен другой инвазивный вид — чебачок амурский. Расширение ареала характерно также для бычка-песочника. Среди неаборигенных интродуцентов отмечены амур белый, толстолобик обыкновенный, карп и карась серебряный.

Список литературы:

1. Баклашова Т.А. Практикум по ихтиологии / Т.А. Баклашова. — М.: Агропромиздат, 1990. — 223 с.
2. Государственный водный кадастр. Водные ресурсы, их использование и качество вод за 2010 год. — Минск: ЦНИИКИВР, 2011. — 102 с.
3. Жуков П.И. Определитель рыб, обитающих в водоемах Республики Беларусь: Справочное пособие / П.И. Жуков. — Минск: Бизнесофсет, 2003. — 87 с.
4. Зарубов А.И. Оценка качества воды р. Свислочь и парковых водоемов в пределах г. Минска по структурным показателям зоопланктона / А.И. Зарубов // Вестник Белорусского государственного университета. Сер. 2, Химия. Биология. География. — 2011. — № 2. — С. 78—82.

5. Какарека С.В. Изучение химического состава атмосферных осадков и снежного покрова на урбанизированных территориях на примере г. Минска / С.В. Какарека, О.Е. Белькович, В.Н. Чудук // Вестник Белорусского государственного университета. Сер. 2, Химия. Биология. География. — 2010. — № 1. — С. 90—94.
6. Методические рекомендации по сбору и обработке ихтиологического материала (рассмотрены и одобрены Ученым Советом РУП «Институт рыбного хозяйства НАН Беларуси», согласованы и утверждены начальником Государственной инспекции охраны жив. и раст. мира при Президенте Республики Беларусь) / Сост. В.Г. Костоусов, И.И. Оношко и Г.И. Поляков. — Мн., 2005. — 56 с.
7. Минск старый и новый [Электронный ресурс] / История столицы Беларуси на основе фотографий. — Минск, 2003—2012. — Режим доступа. — URL: <http://minsk-old-new.com>. — Дата доступа: 05, 10, 11.12.2012 г.
8. Национальная система мониторинга окружающей среды Республики Беларусь: результаты наблюдений 2010 г. / Под общ. ред. С.И. Кузьмина и В.В. Савченко. — Минск: БелНИЦ «Экология», 2011. — 308 с.
9. Овчарова Е.П. Химический состав воды поверхностного стока с территории г. Минска / Е.П. Овчарова // Природные ресурсы (міжведамасны бюлетэнь) — 2005. — № 2. — С. 5—13.
10. Правдин И.Ф. Руководство по изучению рыб (преимущественно пресноводных) / И.Ф. Правдин; под ред. П.А. Дрягина. — 4-е изд. — М.: Пищ. пром-ть, 1966. — 376 с.
11. Ризевский В.К. Неаборигенные виды рыб Беларуси / В.К. Ризевский, И.А. Ермолаева // Проблемы сохранения биологического разнообразия и использования биологических ресурсов: Материалы II Международной научно-практической конференции. Минск, 22—26 октября 2012 года. — Минск: Типпроект, 2012. — С. 495—497.
12. Рыжиков В.А. Техногенные химические нагрузки и загрязнение почв вдоль городских автомагистралей в условиях города (на примере г. Минска) / В.А. Рыжиков, В.С. Хомич // Природные ресурсы (міжведамасны бюлетэнь) — 2007. — № 3. — С. 64—73.
13. Савченко С.В. Пространственные особенности накопления тяжелых металлов в почвах пойменных ландшафтов г. Минска / С.В. Савченко, Н.К. Быкова, И.П. Самсоненко, В.С. Хомич // Природные ресурсы (міжведамасны бюлетэнь) — 2007. — № 4. — С. 63—70.
14. Состояние природной среды Беларуси. Экологический бюллетень 2010 г. / Под ред. В.Ф. Логинова. — Минск: Миннсктиппроект, 2011. — 205 с.
15. Состояние природной среды и природопользование города Минска / Под общ. ред. А.Н. Боровикова. — Минск: БелНИЦ «Экология», 2011. — 96 с.
16. Чугунова Н.И. Руководство по изучению возраста и роста рыб / Н.И. Чугурова. — М.: Изд-во АН СССР, 1959. — 164 с.

**МАТЕРИАЛЫ ПО РАСПРОСТРАНЕНИЮ
НА УРАЛЕ ОХРАНЯЕМОГО ВИДА
ЖЕСТКОКРЫЛЫХ — ЖУЖЕЛИЦЫ СИБИРСКОЙ
CARABUS SIBIRICUS F.-W.
(COLEOPTERA, CARABIDAE)**

Козьминых Владислав Олегович

*заведующий кафедрой химии, доктор химических наук,
профессор Пермского государственного
гуманитарно-педагогического университета,
г. Пермь*

E-mail: kyoncstu@yahoo.com

Исследование выполнено в рамках Программы стратегического развития Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета на 2012—2016 гг., грант № Ф-025.

В региональные издания Красной книги Самарской и Свердловской областей, Пермского края, Татарстана и Ямало-Ненецкого АО вошёл охраняемый вид жужелицы — *Carabus sibiricus* F.-W. (Coleoptera, Carabidae) [3, 11]. В настоящем кратком обзоре приведены сведения о распространении, биологии и охране этого не часто встречающегося жесткокрылого насекомого. Представлены основные литературные источники, содержащие информацию о нахождении жужелицы на Урале и близлежащих территориях. Литература по тексту указана в хронологическом порядке, приведены номера ссылок, страницы источников и отмечены местонахождения вида. Подтверждается необходимость соблюдения заповедного режима с целью охраны остепнённых луговых и каменистых биоценозов как мест обитания жужелицы сибирской на особо охраняемых природных территориях (ООПТ) Урала.

***Carabus (Trachycarabus) sibiricus** Fischer von Waldheim, 1822*

Основные литературные данные по Уралу и сопредельным территориям. Матвеев, 1990: 6 [13] (Башкортостан); Андреева, Ерёмин, 1991: 6 [1] (Южный Ямал); Зиновьев, 1991: 25 [5] (Башкортостан: пойма р. Ай); Горбунов, Елин, Есюнин и др., 1996: 64 [3] (Пермская область: ООПТ «Спаская гора»); Лагунов, Новоженев, 1996: 14 [12] (Челябинская область: Ильменский заповедник); Зиновьев, 1997: 36 [6] (Пермская область: заказник «Предуралье»); Ермаков, 1998: 55 [4] (Свердловская область: заповедник «Денежкин Камень»); Воронин, 1999: 196 [2] (Пермская

область: «Предуралье», Свердловская область: Ачитский район); Вѣзина, 1999: 22 [14] (подвид *Carabus sibiricus kolosovi* E. Zin., Пермская область: «Спасская гора»); Козырев, 2000: 163 [7] (Пермская область: «Спасская гора», Свердловская область: Красноуфимская лесостепь); Козырев, Козьминых, Есюнин, 2000: 171 [8] (Южный Ямал, Пермская, Свердловская, Челябинская области, Башкортостан); Козьминых, 2004: 79 [9] (Пермская область: Кишертский, Кунгурский, Суксунский районы); Красный список ..., 2004/2008: 164 [11] (Пермская область); Козьминых, 2012: 72 [10] (Пермский край: ООПТ «Ледяная гора и Кунгурская Ледяная пещера»).

Таксономические замечания. Описанный из Башкортостана и Пермского края (ООПТ «Спасская гора») *Carabus kolosovi* E. Zin. [6], близкий к *Carabus sibiricus* F.-W., в настоящее время считают подвидом последнего [14].

Распространение. Урал, Ямал, юг Западной и Средней Сибири (в том числе Алтай и Саяны), Северный Казахстан. На Урале встречается не часто. Северный Урал: север Свердловской области. Средний Урал: Пермский край (самое западное местонахождение вида), Свердловская область. Южный Урал: Башкортостан, Челябинская область.

Биологическая характеристика. Сибирский (евро-сибирский) тундро-степной вид. Луговой мезофил. Обитает на остепнённых суходольных и пойменных лугах, сухих каменистых склонах с горно-тундровой или степной растительностью, встречается также в разреженных широколиственных лесах. Зоофаг-эпигеобионт. Встречается с мая по октябрь, пик активности в августе, относится к позднелетне-осенней фенологической группе.

Статус и охрана. Рекомендован к охране в Пермском крае и Свердловской области как вид II категории. Внесён в Красную книгу Среднего Урала [3, 7]. Редкий в Предуралье вид, является плейстоценовым реликтом. В пределах Среднего Урала выделены охраняемые территории, на которых найдена эта жужелица [7, 8]. Лимитирующим фактором является сокращение островных степных местообитаний. Меры охраны заключаются в соблюдении заповедного режима на участках степных лугов, ограничении выпаса скота, хозяйственного использования, а также контроле за химической обработкой расположенных рядом агроценозов.

Список литературы:

1. Андреева Т.Р., Ерёмин П.К. Эколого-фаунистический обзор жуужелиц (Coleoptera, Carabidae) Южного Ямала // Экологические группировки жуужелиц (Coleoptera, Carabidae) в естественных и антропогенных ландшафтах Урала. — Свердловск: Изд-во УрО АН СССР, 1991. — С. 3—17.
2. Воронин А.Г. Фауна и комплексы жуужелиц (Coleoptera, Trachypachidae, Carabidae) лесной зоны Среднего Урала (эколого-зоогеографический анализ). — Пермь: изд-во Пермского гос. ун-та, 1999. — 244 с.
3. Горбунов П.Ю., Елин С.Ю., Есюнин С.Л., Ефимик В.Е., Козырев А.В., Козьминых В.О., Коробейников Ю.И., Лыков А.В., Ольшванг В.Н. Членистоногие // Красная книга Среднего Урала (Свердловская и Пермская области). Редкие и находящиеся под угрозой исчезновения виды животных и растений. — Екатеринбург: Изд-во Уральского гос. ун-та, 1996. — С. 52—89.
4. Ермаков А.И. Эколого-фаунистический обзор жуужелиц (Coleoptera, Carabidae) горных тундр массива Денежкин Камень // Современные проблемы популяционной, исторической и прикладной экологии. Материалы конф. молодых учёных-экологов Уральского региона. Екатеринбург, 21—24 апреля 1998 г. — Екатеринбург, 1998. — С. 53—58.
5. Зиновьев Е.В. Жуужелицы среднего течения реки Ай // Экологические группировки жуужелиц (Coleoptera, Carabidae) в естественных и антропогенных ландшафтах Урала. — Свердловск: Изд-во УрО АН СССР, 1991. — С. 23—29.
6. Зиновьев Е.В. Новый вид жуужелицы рода *Carabus* (Coleoptera, Carabidae) с Южного Урала // Успехи энтомологии на Урале. Сборник науч. трудов. — Екатеринбург: Изд-во «Аэрокосмоэкология», 1997. — С. 35—38.
7. Козырев А.В. Проблемы внесения жуужелиц (Coleoptera, Carabidae) в Красную книгу Среднего Урала // Экологические основы стабильного развития Прикамья. Материалы науч.-практ. конф. — Пермь: Изд-во Пермского гос. ун-та, 2000. — С. 162—163.
8. Козырев А.В., Козьминых В.О., Есюнин С.Л. Состав локальных фаун жуужелиц (Coleoptera, Carabidae) Урала и Приуралья // Вестник Пермского ун-та. — 2000. — Вып. 2. Биология. — С. 165—215.
9. Козьминых В.О. Ледяная Гора — новое местонахождение жуужелицы сибирской *Carabus sibiricus* F.-W. (Insecta: Coleoptera, Carabidae) // Региональный компонент в преподавании биологии, валеологии, химии. Межвузовский сборник науч. и науч.-метод. работ. Вып. 3. — Пермь: Изд-во Пермского гос. педагогического ун-та, 2004. — С. 79—82.
10. Козьминых В.О. Материалы к изучению биоразнообразия жесткокрылых насекомых (Insecta, Coleoptera) памятника природы «Ледяная гора и Кунгурская Ледяная пещера» (Пермский край) // Пещеры. Межвуз. сборник науч. трудов. — Пермь: Изд-во Пермского гос. ун-та, 2012. — Вып. 35. — С. 67—75.

11. Красный список особо охраняемых редких и находящихся под угрозой исчезновения животных и растений. Второй выпуск. Часть 2 (Беспозвоночные животные). Бюллетень Красной книги 2/2004 (2008). Под ред. В.Е. Присяжнюк. — М.: Лаборатория Красной книги Всероссийского науч.-исслед. ин-та охраны природы Министерства природных ресурсов РФ, 2004 (2008). — 512 с.
12. Лагунов А.В., Новоженов Ю.И. Фауна жесткокрылых Ильменского заповедника. Серия биологическая. — Миасс: Изд-во Ильменского гос. заповедника, 1996. — Вып. 6. — 104 с.
13. Матвеев А.Б. Жужелицы (Coleoptera, Carabidae) Южного Урала и Предуралья (фауна, биотопическое распределение, зоогеографический анализ, возможности использования в мониторинге). Автореф. дис. канд. биол. наук. — Ленинград: Изд-во Зоологического ин-та АН СССР, 1990. — 19 с.
14. Březina V. World Catalogue of the Genus *Carabus* L. (Coleoptera, Carabidae). — Sofia: Pensoft Series Faunist., 1999. — Vol. 15. — 170 p.

СЕКЦИЯ 5.

ХИМИЯ

5.1. НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

ТЕХНОЛОГИЯ ПОЛУЧЕНИЯ МЕЛКОКРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ АММИАЧНОЙ СЕЛИТРЫ ИЗ ФОСФОРИТОВ КАРАТАУ

Шалдарбекова Салтанат Акараловна

магистрант ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, г. Астана

E-mail: saltasha89@mail.ru

Иргибаева Ирина Смаиловна

д-р хим. наук, профессор ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, г. Астана

E-mail: irgsm@mail.ru

Мустахимов Бекежан

канд. техн. наук, доцент КазНТУ им. К. Сатпаева, г. Алматы

E-mail: mustbek@mail.ru

Аммиачная селитра является универсальным азотным удобрением, так как одновременно содержит аммиачную и нитратную формы азота. Она эффективна во всех зонах, практически под все сельскохозяйственные культуры. Установлено, что аммиачная форма азота может использоваться растениями без предварительного окисления. Во влажной почве гранулы селитры быстро растворяются. При этом аммиачная часть удобрения поглощается почвой и постепенно расходуется растениями. Нитратный азот не удерживается частицами почвы и, находясь в подвижном состоянии, быстро усваивается корнями растений, что особенно ценно при подкормках посевов. В этом состоит универсальность действия аммиачной селитры по сравнению с другими азотными удобрениями [1].

Применяемая для получения N_2O техническая аммиачная селитра должна быть достаточно очищенной от часто сопутствующих ей примесей. При наличии последних аммиачную селитру перед употреблением подвергают перекристаллизации. В противном случае в процессе получения закиси азота в нее постепенно попадают примеси, очистка от которых вызывает значительные трудности [2].

В Казахстане аммиачная селитра производится только в ТОО «КазАзот» в городе Актау. В настоящее время это предприятие находится на грани банкротства. В южном регионе Казахстана аммиачная селитра не производится вообще. Тем не менее многие потребители аммиачной селитры находятся в этом регионе. Здесь также имеется огромный запас низкосортных фосфоритов и достаточное количество природного газа для производства малозатратной аммиачной селитры. Поэтому есть возможность организовывать на действующих предприятиях «КазФосфат» малотоннажное производство химической чистой аммиачной селитры.

Таким образом, проведение исследовательских работ, направленных на вовлечение низкосортного фосфатного сырья в производство аммиачной селитры (помимо основных удобрений получаемых нынче) и разработка технологий является актуальной задачей.

Для реализации вышеуказанных предположений нами выбран азотно-серноокислотный метод переработки низкосортных фосфатных руд Каратауского и Чилисайского месторождений.

Для эксперимента брали Каратауский фосфорит следующего состава, (масс.%): P_2O_5 –24,69; CaO –42,0; MgO –3,0; Al_2O_3 –1,5; Fe_2O_3 –1,5 [4].

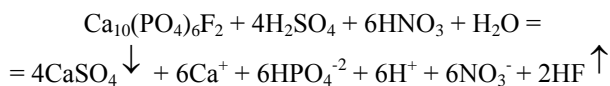
Разложение фосфорита производили с помощью серной и азотной кислот.

Анализы на P_2O_5 проводили на фотоколориметре, содержание N, Fe, Al, Mg определяли стандартными методами.

Расчетным путем было установлено, что для разложения 100 кг фосфорита потребуется 39,8 кг H_2SO_4 (95,1 %) и 59,7 кг HNO_3 (59,7 %).

Для получения оптимальных технологических параметров процесса разложения Каратауских фосфоритов в лабораторных условиях нами изучено влияние сложного кислотного реагента: его природы, концентрации, температуры, продолжительности контакта с фосфоритом на степень перехода P_2O_5 из фосфорита в жидкую фазу в четырехкомпонентной системе: «фосфорит- H_2SO_4 - HNO_3 - H_2O ». Изучение данной системы позволило нам определить степень максимального разложения $Ca_{10}(PO_4)_6F_2$ с помощью двух

неорганических кислот в зависимости от температуры и продолжительности процесса и удалить часть кальция из системы по реакции:



Температурный режим процесса разложения фосфоритового концентрата поддерживали постоянным, используя термостатированный реактор, снабженный мешалкой и термометром. В реактор подавали воду и фосфорит, поддерживая соотношение в суспензии фосфорит: H_2O = 1:1 или 1:2, а затем, при непрерывном перемешивании, к водной суспензии фосфорита последовательно добавляли серную и азотную кислоты в течение 5 минут. При добавлении H_2SO_4 в реактор процесс взаимодействия ее с фосфоритом протекал энергично, что приводило к значительному повышению температуры суспензии.

Известно, что азотная кислота разлагается при температуре выше 50°C , и поэтому вначале было изучено изменение температуры водной суспензии фосфорита при прибавлении только серной кислоты. Затем производили добавление в систему «фосфорит- H_2O - H_2SO_4 » азотной кислоты и при этом установлено, что температура фосфатно-кислотной суспензии понижается на 3—5 градуса. Это можно объяснить образованием нитрата кальция и его гидратацией.

Количество серной и азотной кислот рассчитывали на получение солей следующего состава: CaHPO_4 , MgHPO_4 , FePO_4 , AlPO_4 . Избыток кальция связывали сульфат-ионами в труднорастворимое соединение $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$. Гипс выводили из системы путем его отфильтровывания с последующей промывкой осадка.

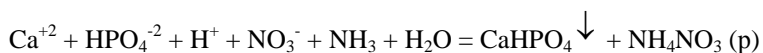
Разложение фосфорита смесью азотной и серной кислот производили в течение 30—90 минут. Экспериментально было установлено, что максимальная степень извлечения P_2O_5 в жидкую фазу достигается в течение 30—60 минут при 50°C . Дальнейшее повышение температуры не влияет на степень извлечения, так как при этих температурах происходит частичное разложение азотной кислоты.

Далее фосфатно-кислая пульпа подвергалась фильтрации для выделения образовавшегося сульфата кальция при разложении фосфатного сырья. Установлено, что при 40°C время фильтрации сульфата кальция составляет 45 секунд. С повышением температуры пульпы время фильтрации уменьшается, что связано с укрупнением кристаллов сульфата кальция и составляет при 50°C — 32 секунд,

при 60⁰С — 25 секунд, при 70⁰С — 17 секунд. При 70⁰С время фильтрации пульпы равно времени фильтрации сульфата кальция в производстве экстракционной фосфорной кислоты. Таким образом, для предотвращения разложения азотной кислоты необходимо осуществить процесс разложения фосфорита в течение 10—15 минут при 50⁰С, а затем с целью укрупнения кристаллов сульфата кальция, позволяющих уменьшить времени фильтрации, пульпу необходимо нагреть до 70—75⁰С.

После выделения сульфата кальция из азотно-сернокислотной пульпы остается фильтрат, который представляет собой систему СаНРО₄-ННО₃-NH₃-Н₂О с примесями алюминия, железа и магния.

Для того чтобы выделить обогащенный фосфат, необходимо рассмотреть систему «СаНРО₄-ННО₃-NH₃-Н₂О». Установлено, что с увеличением содержания аммиака (при рН>2) происходит выделение в осадок АРО₄, FePO₄, а при рН 3,0—3,5 из раствора можно осадить полностью фосфаты алюминия и железа. В этих интервалах магний в виде фосфатов осаждается ~ на 50 %. С повышением рН среды до 5—6 из раствора выпадает в осадок фосфат кальция по реакции:



Фильтрат, полученный после отделения СаНРО₄ при рН 5—6, представляет собой раствор аммиачной селитры, концентрация которой зависит от соотношения Т:Ж. Переработку раствора аммиачной селитры (где Р₂О₅ 7—8 %, N 30,0 %) осуществляли следующим образом: в реактор (1) подают воду (промывную) и фосфорит, а затем к водной суспензии добавляют азотную и серную кислоту. При этой температуры в реакторе не должна превышать 50⁰С. Как известно, свыше 50⁰С азотная кислота начинает разлагаться. Через 10—15 минут от начала процесса разложения температуру можно поднять до 75⁰С. При этой температуре увеличивается скорость разложения исходной фосфоритовой муки, укрупняются размеры кристаллов сульфата кальция, что улучшает процесс фильтрации фосфогипса, происходит более полное удаление фтора в газовую фазу. Далее фосфорнокислую пульпу подают на фильтр (2), где происходит разделение сульфата кальция. Фильтрат направляют на нейтрализатор (3), фосфогипс промывают горячей водой 2—3 раза, а затем промывные воды направляют в реактор (1) для создания Т:Ж = 1:1 ÷ 2. Фильтрат нейтрализуют аммиаком до рН 5,0—6,0, при этом выпадают в осадок, частично Mg, СаНРО₄, затем пульпу направляют на фильтр

(4), где происходит разделение осадка. Осадок представляет собой обогащенный фосфат с примесями Al, Fe, Mg. Фильтрат направляют в барабанный кристаллизатор (5) для получения мелкокристаллической аммиачной селитры.

Список литературы:

1. Менлибаев А., Мустахимов Б.К. и др. Авторские свидетельство № 16416. Способ переработки фосфатной руды. 2003 г.
2. Менлибаев А., Мустахимов Б.К. и др. Исследование в области переработки низкосортных фосфатных руд. Международная конференция, посвященная 70-летию КазНТУ им.К.И. Сатпаева, 2004 г.
3. Миниович М.А. Производство аммиачной селитры. М.: Химия, 1974 г.
4. Позин М.Е. Технология минеральных удобрений. М.: Химия, т 2, 1974 г.

КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ 3D-МЕТАЛЛОВ С ПРОИЗВОДНЫМИ 1-ФЕНИЛ-3-МЕТИЛ-4- АЗОПИРАЗОЛОНА-5

Шебалдина Лидия Сергеевна

канд. хим. наук, доцент

Российский Университет Дружбы Народов,

г. Москва

E-mail: lidiyas.7@mail.ru

Ван Нгуен

аспирант кафедры общей химии,

Российский Университет Дружбы Народов.

Ковальчукова Ольга Владимировна

профессор кафедры общей химии, д-р хим. наук

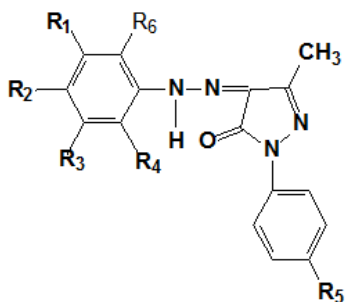
Российский Университет Дружбы Народов

Производные 1-фенил-3-метил-4-азопиразолона-5 (П-5) и металлокомплексы на их основе находят применение в различных областях, например, в качестве красителей для текстильных материалов, в аналитической химии, в качестве медицинских препаратов и др. [2]. Успех пиразолоновых красителей обусловлен простотой реакции

азосочетания, большими возможностями для структурных изменений, а также довольно высоким для большинства красителей коэффициентом молярной экстинкции.

Введение в состав азопиразолонового красителя катионов металлов может привести к изменению их цветовой гаммы и возникновению дополнительных свойств. Например, введение катионов меди и серебра может придать окрашенным тканям антибактериальные и фунгицидные свойства, что будет полезным при их использовании в медицине и при реставрационных работах.

Изучение процессов комплексообразования лигандов $HL^1-H_2L^3$ катионами металлов в растворах проводили методом спектрофотометрического титрования. Как видно из примера, приведенного на рис. 1, в процессе спектрофотометрического титрования растворов лигандов растворами солей металлов в электронном спектре поглощения наблюдается гипсохромный сдвиг длинноволновой полосы (как и при титровании щелочью), что указывает на аналогичию процессов депротонирования и комплексообразования. Это означает, что в процессе комплексообразования происходит замена подвижного атома водорода органической молекулы на катион металла. Показано, что для комплексов с катионами Co^{2+} и Ni^{2+} соотношение металл:лиганд составляет 1:1, то для Cu^{2+} 1:2.



- 1) $R_1=H; R_2=OCH_3; R_3=H;$
 $R_4=H; R_5=H; R_6=H (HL^1);$
- 2) $R_1=H; R_2=CH_3; R_3=H;$
 $R_4=H; R_5=H; R_6=H (HL^2);$
- 3) $R_1=H; R_2=COOH; R_3=H;$
 $R_4=H; R_5=H; R_6=H (H_2L^3);$

Если считать положение длинноволновой полосы в спектре некоординированного лиганда за 100 %-ную ковалентную связь, а положение этой же полосы в щелочном растворе (натриевая соль) за 100 %-ную ионную связь, то полосы при титровании солями металлов будут занимать промежуточное положение, то есть обладать определенной степенью ковалентности. Рассчитанные степени ковалентности связей металл-лиганд для комплексов $HL^1-H_2L^3$ приведены в таблице 1.

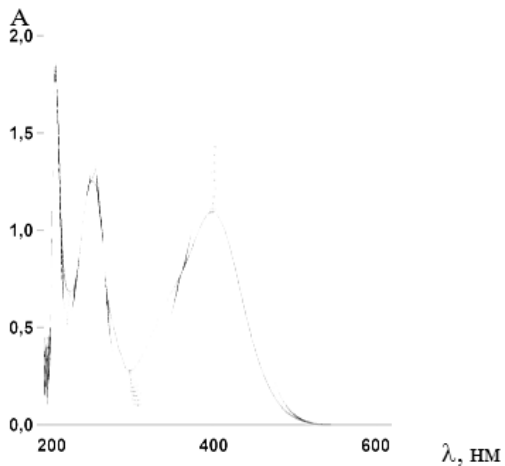


Рисунок 1. Спектрофотометрическое титрование этанольного раствора HL2 раствором NiCl2

По результатам каждого спектрофото-метрического титрования для трех длин волн построены кривые насыщения, по которым определены состав комплексов в растворе и константы образования комплексов (Таблица 1).

Таблица 1.

Состав и константы образования комплексных соединений металлов в этанольных растворах и степени ковалентности связей металл-лиганд

<i>Система</i>	λ , нм(lg ϵ)	lg β (pKa)	A, %
<i>HL</i> ¹	418(4,63); 253,3(4,61)		
(<i>HL</i> ¹ +Co ²⁺)	410(4,25); 346(3,93); 250(4,30)	6,405	65
(<i>HL</i> ¹ +Ni ²⁺)	407(4,18); 343(3,93); 247(4,25)	7,073	52
(<i>HL</i> ¹ +Cu ²⁺)	397(4,21); 248(4,32)	20,049	9
<i>HL</i> ²	403(4,41); 244(4,35)		
(<i>HL</i> ² +Co ²⁺)	399(4,32); 333(3,94); 254(4,34)	7,157	76
(<i>HL</i> ² +Ni ²⁺)	397(4,24); 337(3,99); 252,1(4,3)	6,743	65
(<i>HL</i> ² +Cu ²⁺)	391(4,29); 252(4,36)	17,384	29
(<i>HL</i> ² +Ag ⁺)	401(4,31); 218(4,2)	14,615	88
<i>H₂L</i> ³	401(4,1); 244(4,12)		
(<i>H₂L</i> ³ +Co ²⁺)	392(3,93); 340(3,92); 249(3,94)	6,82	
(<i>H₂L</i> ³ +Ni ²⁺)	425(3,92); 315(3,65); 249(4,01)	6,767	
(<i>H₂L</i> ³ +Cu ²⁺)	392(4,64); 250(4,56)	19,15	
(<i>H₂L</i> ³ +Ag ⁺)	399(3,9); 247(3,94)	15,741	

Как видно из анализа значений констант устойчивости металло-комплексов, в случае образования комплексных соединений катионов первого переходного ряда: Co(II), Ni(II), Cu(II) — максимальная устойчивость характерна для комплексов меди. Были обнаружены линейные зависимости величин констант образования комплексов от значений ионного потенциала и энергии сродства к электрону ионов-комплексобразователей (рис. 2, 3).

Согласно существующим представлениям, процессы комплексообразования можно описывать с позиции теории жестких и мягких кислот и оснований [1].

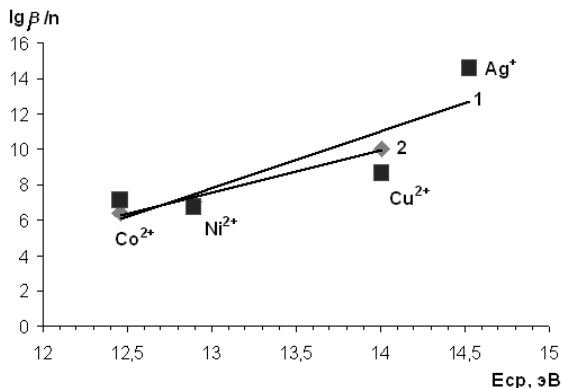


Рисунок 2. Зависимость величины $\lg \beta/n$ от величины среднего потенциала ионизации металла-комплексобразователя: 1 — для HL2, 2 — для HL1

Использованные в работе двухвалентные ионы (Co^{2+} , Ni^{2+} , Cu^{2+}) относятся к промежуточным по жесткости, а катион Ag^+ — к мягким кислотам Льюиса. В связи с тем, что рассчитанные степени ковалентности связей образующихся в растворах комплексов имеют большую степень ковалентности, можно предположить, что изучаемые производные 1-фенил-3-метил-4-азопиразолона-5 имеют свойства мягких оснований Льюиса и основной вклад в комплексообразование вносят более «мягкие» атомы азота азогруппы.

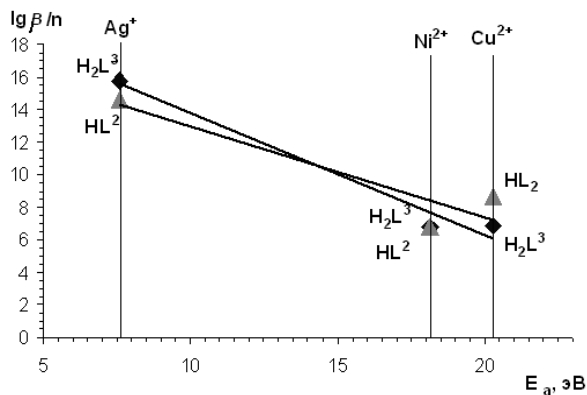


Рисунок 3. Зависимость величины $\lg \beta/n$ от величины энергии сродства к электрону ионов-комплексобразователей

Увеличение константы кислотной диссоциации органических молекул приводит к линейному увеличению констант образования их металлокомплексов (рис. 4), что не противоречит предложенной в работе [3] закономерности.

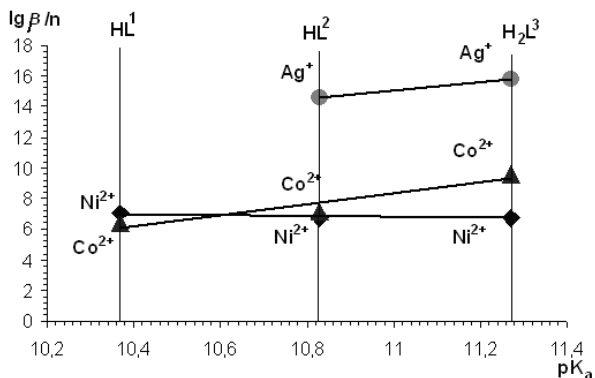


Рисунок 4. Зависимость величины $\lg \beta/n$ от величины константы кислотной диссоциации лиганда

Таким образом, в процессе работы нами изучено комплексообразование трех лигандов в этанольных растворах, установлен состав и рассчитаны константы образования комплексных соединений и степени ковалентности их координационных связей. Построены корреляционные зависимости устойчивости комплексов от физических характеристик ионов-комплексообразователей.

Список литературы:

1. Гарновский А.Д., Садименко А.П., Осипов О.А., Цинцадзе Г.В. Жестко-мягкие взаимодействия в координационной химии. — Ростов-н/Д.: Изд-во Рост. Ун-та, 1986. — 272 с.
2. Степанов Б.И. Введение в химию и технологию красителей. — М.: Химия, 1984. — 590 с.
3. Brown P.L., Sylva R.N. Unified theory of metal ion complex formation constants. // J. Chem. Res. Miniprint. — 1987. — P. 10110—10181.

5.2. ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

СИСТЕМА ПИНАКОЛИН-ДИАЛКИЛОКСАЛАТЫ: ОДНОРЕАКТОРНЫЕ НУКЛЕОФИЛЬНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ

Виноградов Алексей Николаевич

*аспирант кафедры химии Оренбургского государственного
университета, г. Оренбург
E-mail: zasd10xcv12@yandex.ru*

Козьминых Владислав Олегович

*д-р хим. наук, профессор, зав. кафедрой химии Пермского
государственного гуманитарно-педагогического университета,
г. Пермь
E-mail: kvoncstu@yahoo.com*

Исследование представлено по материалам кандидатской диссертационной работы А.Н. Виноградова, выполняемой в рамках проекта 1.3.09 Федерального агентства по образованию РФ на 2011—2013 гг.

Введение 1,2-дикарбонильного, в том числе оксалильного звена, в молекулы *VH*-нуклеофилов является основным методом препаративного синтеза разнообразных кислород- и азотсодержащих соединений, в частности окса- и аза-гетероциклических систем [9]. Оксалильные конденсации метилкетонов в присутствии нуклеофильных партнеров по реакции — однореакторные и тандемные превращения до наших исследований не изучались (предварительное сообщение — см. работу [1]).

Нами впервые исследованы нуклеофильные однореакторные превращения системы пинаколин-диалкилоксалаты (**1**) с разнообразными классами нуклеофильных реагентов: *C*-нуклеофилами и 1,2-*O,N*-, 1,2-*N,N*-, 1,3-*N,N*-, 1,4-*O,N*-, 1,4-*N,N*-динуклеофилами (схема 1). Новой особенностью изучаемых однореакторных (и тандемных — без выделения интермедиатов, но осуществляемых постадийно) нуклеофильных превращений является использование в качестве субстрата реакционной системы пинаколин-диалкилоксалаты **1**.

Наличие в рассматриваемой системе **1** оксалильного звена и изолированной пивалоильной группы (присутствуют три электрофильных реакционных центра) даёт возможность протекания неоднозначной и часто непредсказуемой по направлению нуклеофильной атаки по этим реакционным центрам. В отличие от классических тандемных (*домино*-реакций) рассматриваемые превращения осуществляются постадийно с целью предотвращения выведения отдельных карбонильных центров из сферы реакционного взаимодействия в результате побочных реакций.

На первой стадии одnoreакторного процесса осуществляется конденсация пинаколина с диалкилоксалатами в присутствии натрия в классическом варианте ацилирования по Гейтеру-Клайзену. На второй стадии в реакционную смесь без выделения промежуточных продуктов вводится нуклеофил. Так, действием 1,2-*N,N*-динуклеофилов (гидразина или арилгидразинов) на систему пинаколин-диалкилоксалаты **1** в условиях кислотного катализа получены производные 5-*трет*-бутил-3-пиразолкарбоновых кислот (соединения **2**) [3, 4]. Применение гидросиламина в качестве 1,2-*O,N*-динуклеофильного реагента приводит к производным 3-изоксазолкарбоновых кислот (соединения **3**).

Необычным оказалось строение продуктов взаимодействия системы **1** с некоторыми 1,2-*N,N*-динуклеофилами — 2,4-динитрофенилгидразином, семикарбазидом или ароилгидразинами. В случае 2,4-динитрофенилгидразина отмечено образование нециклических продуктов — соответствующих эфиров 2-гидразино-5,5-диметил-2,4-диоксогексановой кислоты (**4**) [3].

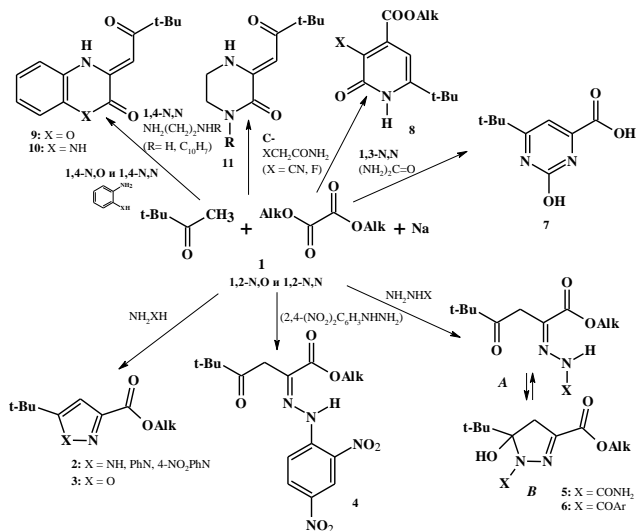


Схема 1. Разнообразие нуклеофильных превращений системы пинаколин-диалкилоксалаты (1)

Продукты взаимодействия системы пинаколин-диалкилоксалаты **1** с семикарбазидом-пиразолины (**5**) [6] или с ароилгидразидами-гидразоноэфиры (**6**) представлены в растворах двумя таутомерными формами: нециклической (форма **A**) и гидроксипиразолиновой (форма **B**). О последней форме свидетельствует наличие в спектрах ЯМР ¹N соединений **5** и **6** системы AA' двухдублетных сигналов с константой спин-спинового взаимодействия *J* 19,5 Гц наряду со двоянными сигналами основных протонсодержащих групп нециклического таутомера **A**.

По предварительным данным, при действии карбамида (1,3-*N,N*-динуклеофил) на систему **1** образуются 4-пиримидинкарбоновая кислота (**7**), а при действии амидов замещённых уксусных кислот (*S*-нуклеофилы) — производные 6-*tert*-бутил-2-пиридон-4-карбоновых кислот (**8**) [7]. Применение разнообразных 1,4-*N,N*-динуклеофильных реагентов (2-аминофенола, 1,2-диаминобензола или 1,2-диаминоэтана) приводит к оксопроизводным бензоксазина (**9**) [8; 2], хиноксалина (**10**) [8; 2; 5] или пиперазина (**11**). Структура и особенности строения синтезированных соединений установлены на основании данных ИК, ЯМР ¹N спектроскопии и масс-спектрометрии. Анализ спектральных данных убедительно свидетельствует в пользу приведённых структур.

Список литературы:

1. Виноградов А.Н., Ахременкова О.Е., Сухорукова А.В., Шарыгина К.Р., Козьминых В.О. Однореакторные нуклеофильные превращения системы пинаколиин-диалкилоксалаты // Современные фундаментальные и прикладные исследования. Международное научное издание. — Кисловодск: изд-во УЦ «Магистр», 2012. — № 1 (4). — С. 74—76.
2. Виноградов А.Н., Кириллова Е.А., Кузьмина К.М., Левенец Т.В., Козьминых В.О. Простой способ синтеза 3-ацилметилденбензоазин-2-онов // Вестник Оренбургского гос. ун-та. — Оренбург, декабрь 2011. — Вып. 12 (131). — С. 380—382.
3. Виноградов А.Н., Козьминых В.О. Взаимодействие натриевых енолятов эфиров пивалоилпируватов с арилгидразинами // Актуальные проблемы современной науки. Естественные науки. Часть 8. Органическая химия. Труды 10-й Международной конф. Самара, 16—18 декабря 2009 г. — Самара: изд-во Самарского гос. областного ун-та, 2009. — С. 7—10.
4. Виноградов А.Н., Козьминых В.О. Простой метод синтеза эфиров 5-трет-бутилпиразол-3-карбоновых кислот // Башкирский химический журнал. — 2011. — Т. 18. — № 3. — С. 74—76.
5. Виноградов А.Н., Козьминых В.О. Синтез 3-(3,3-диметил-2-оксобутиленден)-3,4-дигидрохиноксалин-2(1H)-она на основе трёхкомпонентной конденсации пинаколиина, диэтилоксалата и 1,2-диаминобензола // Новые направления в химии гетероциклических соединений. Материалы Международной конф. Кисловодск, 3—8 мая 2009 г. — Кисловодск, 2009. — С. 288.
6. Виноградов А.Н., Козьминых В.О. Синтез и особенности строения эфиров 2-[(аминокарбонил)гидразоно]- и 2-[(аминокарбонотиоил)гидразоно]-5,5-диметил-4-оксогексановой кислоты // Актуальные проблемы современной науки и образования. Естественные науки. Материалы Всероссийской науч.-практ. конф. с международным участием. Февраль 2010 г. Том 1. — Уфа: изд-во РИЦ Башкирского гос. ун-та, 2010. — С. 233—235.
7. Кузьмина К.М., Виноградов А.Н., Козьминых В.О. Конденсация метилкетонов с диалкилоксалатами и цианацетамидом в синтезе эфиров пиридин-4-карбоновых кислот // Вестник Оренбургского гос. ун-та. — Оренбург, декабрь 2011. — Вып. 12 (131). — С. 402—403.
8. Кузьмина К.М., Виноградов А.Н., Козьминых В.О. Однореакторные новые трёхкомпонентные конденсации в синтезе азиновых систем // Научное творчество XXI века. Материалы III Всероссийской науч.-практ. конф. с международным участием. Красноярск, октябрь 2010 г. — В мире научных открытий. — Красноярск: Научно-инновационный центр, 2010. — № 6.1 (12). — С. 212—213.
9. Перевалов С.Г., Бургарт Я.В., Салоутин В.И., Чулахин О.Н. (Гет)ароилпирувиноградные кислоты и их производные как перспективные «строительные блоки» для органического синтеза // Успехи химии. — 2001. — Т. 70. — Вып. 11. — С. 1039—1058.

5.3. ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЙ МЕТОД КВАНТОВОХИМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ С АППРОКСИМАЦИЕЙ ФОКИАНА DFT ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО СТРОЕНИЯ БОЛЬШИХ МОЛЕКУЛ

Аникин Николай Алексеевич

канд. хим. наук, научный сотрудник ИОХ РАН, г. Москва

E-mail: nikan@swf.chem.ac.ru

Бугаенко Владислав Ленарович

канд. хим. наук, старший научный сотрудник ГНЦ РФ ИТЭФ,

г. Москва

E-mail: bugaenko@itep.ru

Кузьминский Михаил Борисович

канд. хим. наук, старший научный сотрудник ИОХ РАН, г. Москва

E-mail: kus@free.net

Мендкович Андрей Семёнович

д-р хим. наук, руководитель лаборатории ИОХ РАН, г. Москва

E-mail: asm@free.net

Работа поддержана РФФИ, проект № 11-07-00470.

Введение

В работе предложен новый метод квантовохимических расчетов электронной структуры больших молекул с быстродействием на уровне быстрых но менее точных полуэмпирических методов и точностью, приближенной к популярным более точным и надежным методам функционала электронной плотности (DFT, Density Functional Theory).

Предложенный квантовохимический метод NESE (“Non Empirized Semi Empirics”) [1, 2, 3] использует «моделирование»

(аппроксимацию) фокиана метода DFT. В данной работе рассматривается начальная неитерационная версия метода — NESE-0. Она включает оператор кинетической энергии плюс сумму атомных потенциалов с эмпирическими параметрами, откалиброванными по МНК из отклонения от эталонного одноэлектронного фокиана DFT. Далее предполагается и количественно и качественно ее усовершенствовать, в том числе — вводя итерации метода самосогласованного поля (ССП).

Численные результаты.

Метод апробирован на молекулярных системах с атомами Н, С, N, О с параметрами, подобранными нами по DFT-расчетам многих тысяч разнообразных органических молекул с типичных группировками этих атомов. Метод сопоставлен как с распространенными полуэмпирическими методами AM1 [4], наиболее распространенным PM3 [6], и новейшим PM6 [7], так и с модельным методом DFT (DFTB) [8], включенным в состав известного широко употребляемого квантовохимического пакета программ Gaussian-09 [5].

Найдено (см. Рис. 1, 2, 3, 4), что радиальные функции атомных потенциалов NESE-0, как и должно быть, убывают с ростом расстояния от ядра, особенно резко — за пределами валентных контактов, приближаясь к нулю: у атома Н — после $\sim 1,5$ А, у атомов С, N, О — после ~ 2 А. Кривые для атомов водорода и углерода весьма близки для трех наборов молекул: углеводородного набора (только атомы Н, С), кислородсодержащего набора (атомы Н, С, О) и азотсодержащего набора (атомы Н, С, N), что свидетельствует о неплохой переносимости параметров и полезно для дальнейших применений метода.

Найдено, что уже нынешняя неитерационная версия NESE-0 предлагаемого метода кардинально (по порядку величины) точнее итерационных полуэмпирических методов (AM1, PM3, PM6) воспроизводит орбитальные энергии валентных уровней эталонного метода DFT (функционал PBE в базисе MINI, PBE/MINI), и превосходит точность (хотя и не столь кардинально) итерационного метода DFTB, особенно по зазору между верхними занятыми и нижними вакантными МО, что особенно важно при рассмотрении вариации (возмущении) электронной структуры молекул. Превосходство предлагаемого метода NESE-0 носит систематический характер.

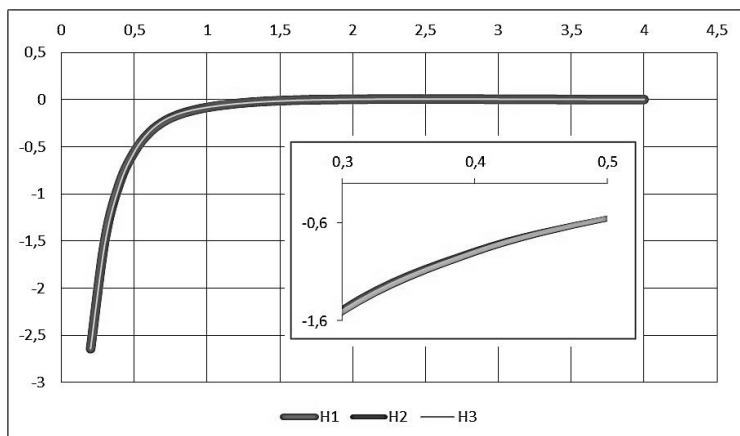


Рисунок 1. Потенциал атома водорода: H1 — оптимизированного по молекулам с атомами C,H; H2 — оптимизированного по молекулам с атомами C,H,O; H3 — оптимизированного по молекулам с атомами C,H,N

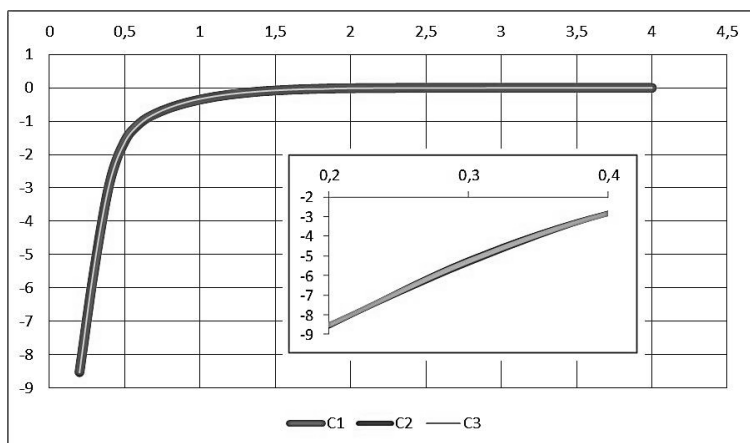


Рисунок 2. Потенциал атома углерода: C1 — оптимизированного по молекулам с атомами C,H; C2 — оптимизированного по молекулам с атомами C,H,O; C3 — оптимизированного по молекулам с атомами C,H,N

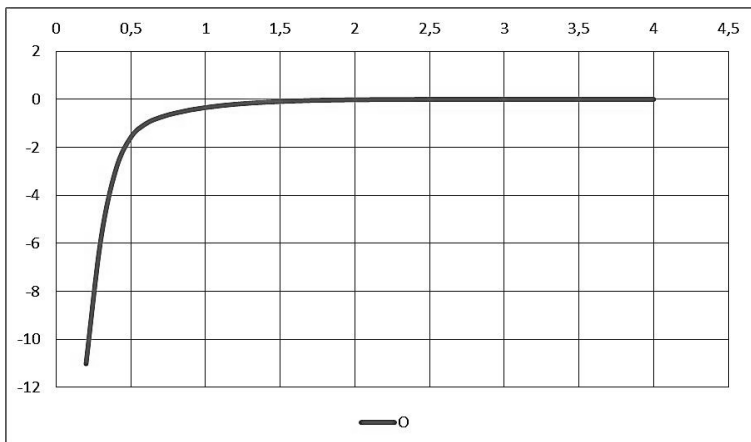


Рисунок 3. Потенциал атома кислорода

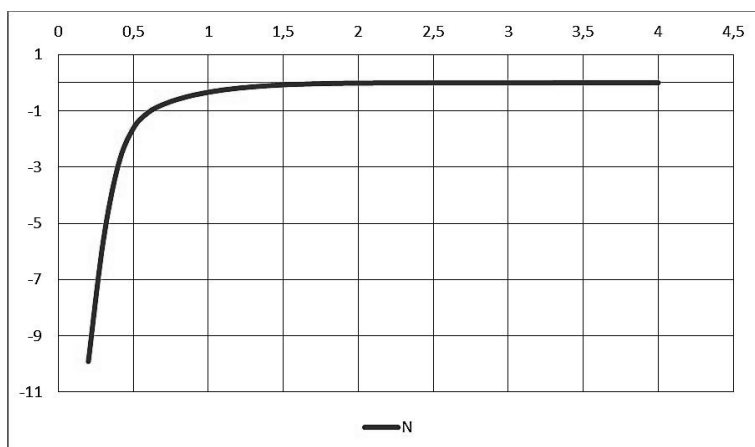


Рисунок 4. Потенциал атома азота

Углеводородные молекулы.

Например, на 2960 молекулах углеводородов (включая сложные пи-сопряженные и полициклические) отклонение от эталонного DFT составило:

- у предлагаемого неитерационного метода NESE-0: RMS 0,026308 а. е., средняя величина отклонения (в одну сторону) — 0,010155 а. е., максимальное отклонение 0,131486 а. е.;

- у итерационного полуэмпирического метода AM1: RMS 0,27485, среднее одностороннее — 0,22987, максимальное отклонение 0,92797 а. е.;
- у итерационного полуэмпирического метода PM3: RMS 0,27212 а. е., среднее одностороннее — 0,23066, максимальное отклонение 0,90352 а. е.;
- у итерационного полуэмпирического метода PM6: RMS 0,21552 а. е. среднее одностороннее — 0,18706, максимальное отклонение 0,91536 а. е.;
- у итерационного метода DFTBa, моделирующего DFT: RMS 0,12349 а. е., среднее одностороннее 0,05672, максимальное отклонение 1,32266 а. е.

Точность (RMS) описания НОМО (верхних занятых МО): NESE-0: 0,026105, AM1: 0,13465, PM3: 0,13982, PM6: 0,13263, DFTBa: 0,01563 а. е.

Точность (RMS) LUMO (нижних вакантных МО): NESE-0: 0,026525, AM1: 0,07643, PM3: 0,07934, PM6: 0,07016, DFTBa: 0,03223 а. е.

Точность (RMS) зазора между LUMO и НОМО: NESE-0: 0,011641, AM1: 0,14995, PM3: 0,14843, PM6: 0,15091, DFTBa: 0,02046 а. е.

Видно, что точность предлагаемого неитерационного метода NESE-0 примерно в 10 раз превышает точность полуэмпирических методов (AM1, PM3, PM6), которые в среднем мало отличаются друг от друга (хотя на отдельных молекулах они отличаются значительно). По сравнению с итерационным методом DFTBa, моделирующего DFT, NESE-0 выигрывает меньше, в 2—4 раза.

Точность довольно равномерна по разным группам данного класса молекул. Так, для 715 разнообразных молекул алкенов и полиенов, включая циклические, отклонение от эталонного DFT составило:

- у предлагаемого метода NESE-0: RMS 0,022544 а. е. (у алканов и циклоалканов средняя величина RMS была 0,014931 а. е.), отклонения (в одну сторону) — 0,010189, максимальное отклонение 0,095188 а. е.;
- у метода AM1: RMS 0,26871, среднее в одну сторону — 0,23201, максимальное отклонение 0,68863 а. е.;
- у метода PM3: RMS 0,27049 а. е., среднее в одну сторону — 0,18813, максимальное отклонение 0,78107 а. е.;
- у метода PM6: RMS 0,20756 а. е. среднее одностороннее — 0,18706, максимальное отклонение 0,67538 а. е.;

- у метода DFTBa, моделирующего DFT: RMS 0,08477 а. е., среднее одностороннее 0,03585, максимальное отклонение 0,70856 а. е.
Точность зазора LUMO-HOMO: NESE-0: 0,006406, AM1: 0,17550, PM3: 0,17278, PM6: 0,17743, DFTBa: 0,02059 а. е.

Здесь также выигрыш NESE-0 у полуэмпирических методов на порядок, а у DFTB — в 2—4 раза.

Кислородсодержащие молекулы.

Точность на 2846 сложных и разнообразных молекулах с атомами углерода, водорода и кислорода (включая гликозиды и т. д.) составила:

- у предлагаемого метода NESE-0: RMS 0,022926 а. е., средняя величина отклонения — 0,007262, максимальное отклонение 0,133307 а. е.;
- у метода AM1: RMS 0,27045, среднее одностороннее — 0,23113, максимальное отклонение 0,92101 а. е.;
- у метода PM3: RMS 0,26505, среднее одностороннее — 0,22945, максимальное отклонение 0,90282 а. е.;
- у метода: RMS 0,21397, среднее одностороннее — 0,19098, максимальное отклонение 0,90858 а. е.;
- у метода DFTBa: RMS 0,12029 а. е., среднее одностороннее 0,06000, максимальное отклонение 1,32266 а. е.

Точность зазора LUMO-HOMO: NESE-0: 0,017913, AM1: 0,18242, PM3: 0,18155, PM6: 0,17022, DFTBa: 0,06288 а. е.

Точность близка в точности для углеводородов, в среднем немного больше погрешность зазора LUMO-HOMO, что естественно ввиду значительной полярности связей С-О и О-Н.

Азотсодержащие молекулы.

Точность на 2035 сложных и разнообразных молекулах с атомами углерода, водорода и азота (включая пи-сопряженные гетероциклы) составила:

- у предлагаемого метода NESE-0: RMS 0,026409 а. е., среднее одностороннее отклонение — 0,009705, максимальное отклонение 0,129880 а. е.;
- у метода AM1: RMS 0,27178, среднее одностороннее — 0,22832, максимальное отклонение 0,92101 а. е.;
- у метода PM3: RMS 0,26505, среднее одностороннее — 0,22591, максимальное отклонение 0,90282 а. е.;
- у метода PM6: RMS 0,21574, среднее одностороннее — 0,18849, максимальное отклонение 0,90858 а. е.;
- у метода DFTBa: RMS 0,12853 а. е., среднее одностороннее 0,06298, максимальное отклонение 1,27607 а. е.

Точность (RMS) зазора LUMO-HOMO: NESE-0: 0,019456, AM1: 0,17202, PM3: 0,16629, PM6: 0,16892, DFTBa: 0,02876 а. е.

Точность близка к точности предыдущих групп.

Обсуждение.

В дальнейшем предложенный метод NESE-0 предполагается усовершенствовать за счет неитерационного учета влияния окружения данного атома на его потенциал и учета анизотропии потенциала атома (это было особенно видно на полиацетиленях, где сильна анизотропия вдоль цепи атомов углерода). Этот неитерационный метод (в усовершенствованной версии) может быть полезен:

- для расчетов мало полярных органических молекул или молекул с изолированными полярными связями без их включения в цепь пи-сопряжения (успешность этого продемонстрирована на кислород- и азот-содержащих молекулах);
- как хорошее начальное приближение для итерационных методов с любым заданным функционалом DFT;
- в методах класса QM/QM с заданным функционалом DFT, где будет отсутствовать резкое отличие методов (например, NESE-0/PBE), так как NESE-0 как раз и моделирует данный функционал DFT.

Также предполагается сооружение итерационной версии NESE, но при сохранении экономичности метода на уровне DFTB и близко к полуэмпирическим методам.

Выводы.

Предложенный принципиально новый метод NESE (“Non Empirized Semi Empirics”), моделирующий расчеты точными, но ресурсоемкими методами DFT; определены пути его дальнейшего развития.

Результаты апробации начальной версии метода NESE-0 на многих тысячах разнообразных органических молекул содержащих атомы С, Н, N, О, показывают, что даже эта начальная несовершенная и неитерационная версия метода по точности моделирования фокиана (Гамильтониана) DFT умеренно превосходит итерационный метод DFTB, моделирующий DFT, и на порядок — итерационные полуэмпирические методы AM1, PM3, PM6 (известные методы сходного уровня ресурсоемкости).

Использование метода NESE, в том числе и в комбинации с базовыми методами DFT, может быть актуально для проведения массовых расчетов больших молекул (наноструктур и биомолекул), в т. ч. для задач конструирования лекарственных средств, где применение DFT приводит к недопустимо высоким затратам

вычислительных ресурсов, а полуэмпирические методы не могут быть использованы из-за недостаточной точности и надежности.

Список литературы:

1. Аникин Н.А., Кузьминский М.Б. Новая аппроксимация DFT для быстрых расчетов био- и наноструктур // Информационно-вычислительные технологии в науке — 2011, Сб. тезисов. — М.: 2011 — С. 29—30.
2. Anikin N.A., Bugaenko V.L., Anisimov V.M. Chemically parameterized fast DFT method // 225th ACS National Meeting (New Orleans)/COMP / Computers in Chemistry. P. 243.
3. Anikin N.A., Bugaenko V.L., Anisimov V.M. Semi-DFT approach to calculation of protein systems // 226th ACS National Meeting (New York, Fall 2003)/COMP / Computers in Chemistry. P. 112.
4. Dewar M.J.S., Zoebisch E.G., Healy E.F., Stewart J.J.P. Development and use of quantum mechanical molecular models. 76. AM1: A new general purpose quantum mechanical molecular model // J. Am. Chem. Soc. 1985. Vol. 107. № 13. P. 3902—3909.
5. Frisch M.J., Trucks G.W., Schlegel H.B., et al. Gaussian 09, Revision A.02 // Gaussian, Inc., Wallingford CT. 2009.
6. Stewart J.J.P. Optimization of parameters for semiempirical methods I. Method // J. Comput. Chemistry. 1989. Vol. 10. № 2. P. 209—220.
7. Stewart J.J.P. Optimization of Parameters for Semiempirical Methods V: Modification of NDDO Approximations and Application to 70 Elements // J. Molec. Modeling. 2007. Vol. 13. № 12. P. 1173—1213.
8. Zheng G., Lundberg M., Jakowski J., Vreven T., Frisch M.J., Morokuma K. Implementation and benchmark tests of the DFTB method and its application in the ONIOM method // Int. J. Quant. Chem. 2009. Vol. 109. № 9. P. 1841—1854.

ИСПЫТАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ МОДИФИКАЦИЙ РАПСОВОГО МАСЛА ПРИ СМАЗКЕ ТВЁРДЫХ ТЕЛ НА ЧЕТЫРЕХШАРИКОВОЙ МАШИНЕ ТРЕНИЯ: НОВАЯ МЕТОДИКА

Сиренко Геннадий Александрович

*д-р техн. наук, зав. кафедрой неорганической и физической химии,
профессор ПНУ им. В. Стефаника,
г. Ивано-Франковск*

Кузышин Ольга Васильевна

*преподаватель кафедры неорганической и физической химии
ПНУ им. В. Стефаника,
г. Ивано-Франковск
E-mail: olyaifua@mail.ru*

Сулима Ирина Владимировна

*студент 5 курса института естественных наук
ПНУ им. В. Стефаника,
г. Ивано-Франковск*

Введение. Известны несколько относительно точных методов исследования противозадирных, противоизносных и антифрикционных свойств твердых тел при смазке минеральными, растительными, синтетическими маслами или смазочно-охлаждающими технологическими средствами.

Простейшим является метод точечных контактов. Моделирование условий высоконагруженных узлов трения легко осуществить на четырехшариковой машине трения (ЧШМТ) (рис. 1.), поскольку использование стандартных, нормализованных, калиброванных шариков подшипников позволяет легко осуществить скольжения или качения при высоких и сверхвысоких исходных контактных напряжениях [2].

Степень износа считают диаметр пятна, которое образуется на нижних 3-х закрепленных нажимом шариках при вращении верхнего шарика, фиксированного в патроне, который контактирует с нижним шариками.

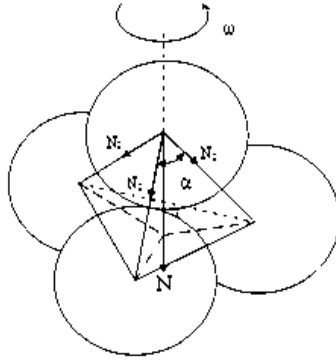


Рисунок 1. Схема четырехшарикового контакта

В ходе исследования трения и износа качением нижние шарики свободно перекатываются по чашке с внутренней поверхностью в форме тора или цилиндрического стакана. Для регистрации сил трения используют: тензометрические, емкостные, индукционные, магнитоэлектрические, пьезоэлектрические преобразователи [1, 2].

Свойства смазочного материала на трение и износ анализируют определением таких характеристик:

1. **Противозадирные свойства.** Критическая нагрузка на 1 ($N_{кр,и}$) или 3 шарика ($N_{кр.}$) (рассчитывают и удельную нагрузку) в зависимости диаметра пятна износа $d_{из}$ от нормальной нагрузки на 3 шарика N или 1 шарик $N_{и}$, которая передается через шпиндель ЧШМТ [1, 2].

Типичные трибограммы $d = f(N)$ или $d_{и} = f(N_{и})$ приведены на рис. 2 [2]. Как видно из рис. 2., кривые 1-5 отличаются углом наклона прямой АВ и ВС, длиной участков АВ, ВС, CD, наличием точек перегиба В, С, D и т. д.

2. **Противозносные свойства.** По диаметру пятна износа при длительном испытании от 0,5 до 36 час., а так же относительно малых нагрузках (от $N = 20$ до 500 Н) и, соответственно, невысоких температурах (293-393 К).

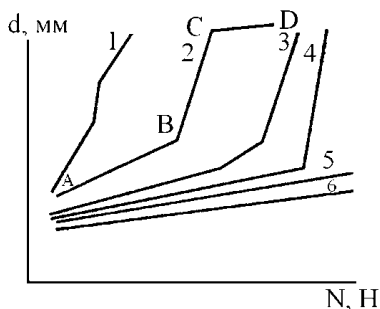


Рисунок 2. Типичные трибограммы $d = f(N)$: 1 — растворы глины; 2 — полиорганосилоксановые масла, 3 — нефть, минеральные масла, 4 — минеральные масла с присадками 5 — минеральные масла с высокоэффективными присадками; 6 — минеральные масла с высокоэффективными полимерными присадками; а — линия диаметров пятна упругой деформации по Герцу $d_z = f(N)$ [2]

3. **Термотрибологические свойства.** По термотрибограмме зависимости $\mu = f(T)$ при нагрузке 20-2000 Н и относительно низких скоростях ($n = 20—100$ об./мин.). Типичная термотрибограмма на рис. 3.

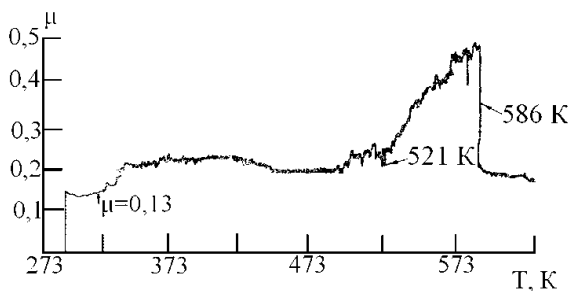


Рисунок 3. Термотрибограмма, полученная в ходе исследований перфторполиэфира ПЭФ-240 (осевая нагрузка 980 Н, число оборотов верхнего шарика 100 об./мин., скорость повышения температуры — 5—6 К/мин.)

Эксперимент. Нагрузочную способность масел определяли на ЧШМТ (шарики из стали ШХ-15, диаметром 12,7 мм) за 3 новейшими методами испытания: с помощью тензометрической

системы и тензодатчика на ленте потенциометра фиксировали критические нагрузки N_{1j} и N_{2j} , где первая цифра индекса (1 или 2) — номер пика, а вторая цифра — номер метода ($j = 1—3$). Первый пик относили к процессу нарушения смазочной способности пленки на поверхности металла, а второй пик — к процессу заедания, а именно:

1. При $N_0 = 200$ Н шарики прирабатывали 5 мин. Далее нагрузки повышали медленным добавлением шариков (масса 1 шарика $8,33 \pm 0,02$ г) в стакан рычага в течение ($5 \pm 0,25$) мин. По второму пику фиксировали критическую нагрузку заедания N_{21} [Н], взвешивая стакан с шариками после остановки машины.

2. Начиная с нагрузки на 3 шарика $N_0 = 200$ Н быстрым добавлением шариков в стакан рычага за (40 ± 5) с достигали первого пика критической нагрузки N_{12} (останавливали машину и взвешивали стакан с шариками).

3. По методу 2 определяли критическую нагрузку N_{13} . Для этого останавливали ЧШМТ без разбора узла трения и снятия нагрузки на рычаг $N_0 = 200$ Н. Взвесив стакан с шариками, иными словами определив нагрузку на ось ЧШМТ, опять возвращали вес на машину и запускали ее движение. Быстрым увеличением нагрузки, докладывая шарики в стакан рычага за ($2 \pm 0,15$) мин., определяли второй пик нагрузки заедания N_{23} : после остановки машины взвешивали стакан с шариками.

Делали 5 равнооточных исследований и рассчитывали числовые статистические характеристики (среднее квадратическое отклонение S , Н; коэффициент вариации γ , %).

Результаты и обсуждения. Результаты статистической обработки значений нагрузочной способности нефтенового масла Vitorex-334, рапсового масла и его химических модификаций на ЧШМТ сведены в табл. 1.

Таблица. 1.

**Результаты определения нагрузочной способности жидких масел
на ЧШКТ за 3 новейшими методами испытания**

№ п/п	Жидкость (масло)	Метод 1	Метод 2	Метод 3
		$\bar{N}_{21,Н}$	$\bar{N}_{12,Н}$	$\bar{N}_{23,Н}$
1	Нафтовое масло [Vitorex-334]	1412	767	1843
2	Рапсовое масло	1338	711	1447
3	Рипокс-6	1591	952	1673
4	Рипокс-12	1762	978	1847
5	Рипокс-20	1892	1042	1968
6	Катионный жир	2479	799	2360
7	Жиринокс-С	1912	1128	2002
8	Рапсовое масло с 3,5 % серы	6140	1780	5510

Из табл. 1., нагрузочная способность неизмененного рапсового масла видимо уступает нафтовому маслу, но оксиэтирование рапсового масла в пределах 6—20 моль оксиэтилена на 1 моль масла (рипокс-6, рипокс-12, рипокс-20 (образуется смесь эфиров-глицеридов, сложных полиглицоловых эфиров)), оксиэтирование с гидрированием (жиринокс-С (образуются насыщенные кислоты, глицериды)) или его серуризация 1,5—20 % S приводит к значительному повышению нагрузочной способности, при этом с ростом количества моль оксиэтилена нагрузочная способность возрастает. А также, к значительному росту критических нагрузок приводит оксиэтирование этилендиамином (образование амидов жирных кислот (катионный жир)), вместе с тем $\Delta \bar{N}_{21}$ возрастает в 1,31—1,56 раза, $\Delta \bar{N}_{23}$ — в 1,20—1,41 раз по сравнению с неизмененным маслом. Серуризация рапсового масла в пределах 1,5—20 % S приводит к росту нагрузочной способности, например при содержании серы 3,5 %: \bar{N}_{12} растет с 711 Н до 1780 Н, \bar{N}_{21} — с 1338 Н до 6140 Н, \bar{N}_{23} — с 1447 Н до 5510 Н.

Выводы. Наибольший эффект химического модифицирования рапсового масла наблюдается во время серуризации 3,5 % S: положительное смещение 1-го пика критической нагрузки найдено за вторым методом испытаний, на 1069 Н, 2-го пика нагрузки заедания найдено по 1-му методу испытаний, на 4802 Н и 4063 Н обнаружено за 3-м методом испытаний.

Список литературы:

1. Кузишин О.В. Нова методика випробувань хімічних модифікацій ріпакової оливи при мащенні твердих тіл на чотирикульовій машині тертя / О.В. Кузишин, Г.О. Сіренко // Фізика і хімія твердого тіла. — 2012. — Т. 13. — № 2. — С. 512—520: іл. 7, табл. 2. — Бібліогр.: с. 518—519 (50 назв).
2. Сіренко Г.О. Створення антифрикційних композитних матеріалів на основі порошків термотривких полімерів та вуглецевих волокон. Дис. доктора техн. наук: 05.16.06, Ін-т проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича НАНУ. — К., 1997 — 431 с.

ЕСТЕСТВЕННЫЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ: ВОПРОСЫ И ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ

Материалы международной заочной научно-практической
конференции

01 апреля 2013 г.

В авторской редакции

Подписано в печать 08.04.13. Формат бумаги 60x84/16.
Бумага офсет №1. Гарнитура Times. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 9,375. Тираж 550 экз.

Издательство «СибАК»
630075, г. Новосибирск, Залесского 5/1, оф. 605
E-mail: mail@sibac.info

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного
оригинал-макета в типографии «Allprint»
630004, г. Новосибирск, Вокзальная магистраль, 3