



МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ ЗАОЧНОЙ
НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

ВОПРОСЫ ЕСТЕСТВЕННЫХ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

Новосибирск, 2013 г.

УДК 50
ББК 20
В74

В74 «Вопросы естественных и математических наук»: материалы международной заочной научно-практической конференции. (27 мая 2013 г.) — Новосибирск: Изд. «СибАК», 2013. — 154 с.

ISBN 978-5-4379-0294-3

Сборник трудов международной заочной научно-практической конференции «Вопросы естественных и математических наук»: вопросы и тенденции развития» отражает результаты научных исследований, проведенных представителями различных школ и направлений современных естественных наук.

Данное издание будет полезно аспирантам, студентам, исследователям и всем интересующимся актуальным состоянием и тенденциями развития естественных наук.

Рецензенты:

- канд. техн. наук Ахмеднабиев Расул Магомедович;
- д-р техн. наук Ахметов Сайранбек Махсутович;
- канд. техн. наук Елисеев Дмитрий Викторович;
- канд. физ.-мат. наук Зеленская Татьяна Евгеньевна;
- д-р хим. наук, профессор Козьминых Владислав Олегович;
- канд. техн. наук Романова Алла Александровна;
- канд. физ.-мат. наук Рымкевич Павел Павлович;
- канд. хим. наук Сүлейменов Ерлан Мэлсұлы;
- канд. биол. наук Харченко Виктория Евгеньевна;
- канд. с.-хоз. наук Яковишина Татьяна Федоровна.

ISBN 978-5-4379-0294-3

ББК 20

© НП «СибАК», 2013 г.

Оглавление

Секция 1. Математика	7
1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ	7
ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ Корнеев Антон Александрович Дорошкевич Ольга Александровна	7
СХОДИМОСТЬ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РЯДОВ К СВОЕЙ СУММЕ Корнеев Антон Александрович Дорошкевич Ольга Александровна	18
ИНТЕГРАЛЫ С ПАРАМЕТРОМ Корнеев Антон Александрович Дорошкевич Ольга Александровна	33
ДВОЙНЫЕ И ПОВТОРНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ Корнеев Антон Александрович Дорошкевич Ольга Александровна	41
1.2. Дискретная математика и математическая кибернетика	50
КОМБИНАТОРНЫЕ МЕТОДЫ: РЕКУРСИЯ И ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ Броницкая Наталья Анатольевна Дармосюк Валентина Николаевна Бережецкая Виктория Геннадиевна	50
Секция 2. Информационные технологии	55
2.1. Системный анализ, управление и обработка информации	55
НЕЧЕТКИЕ КОГНИТИВНЫЕ КАРТЫ КАК СРЕДСТВО АНАЛИЗА КАЧЕСТВЕННЫХ СИСТЕМ В ДИНАМИКЕ Саханков Игорь Александрович Федулов Александр Сергеевич	55

2.2. Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами	60
ИДЕНТИФИКАЦИЯ НАПОРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАСОСА Бакаляр Николай Владимирович Тмур Антон Борисович Юрченко Сергей Михайлович	60
ДИАГНОСТИКА И ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ЗА СЧЕТ ИНФОРМАЦИОННОЙ ИЗБЫТОЧНОСТИ (НА ПРИМЕРЕ РЕАКТОРНОГО БЛОКА УСТАНОВКИ КАТАЛИТИЧЕСКОГО РИФОРМИНГА) Гайдамак Алексей Витальевич Веревкин Александр Павлович	72
2.3. Вычислительные машины, комплексы и компьютерные сети	82
ТИПОВАЯ ЛАБОРАТОРИЯ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ АРХИТЕКТУРЫ СЕТЕЙ И СИСТЕМ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ Есенгалиев Бауыржан Гибатович Гельбух Сергей Сергеевич	82
2.4. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ	88
САМОСОГЛАСОВАННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАМАГНИЧИВАНИЯ ЗВУКОПРОВОДА ДВУХКООРДИНАТНОГО МАГНИТОСТРИКЦИОННОГО НАКЛОНОМЕРА НА УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛНАХ КРУЧЕНИЯ Воронцов Александр Анатольевич Слесарев Юрий Николаевич Ермолаев Николай Александрович	88
АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ОЦЕНКЕ ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ Тен Юлия Мироновна Декатов Дмитрий Евгеньевич	94

2.5. Инженерная геометрия и компьютерная графика	98
СПОСОБЫ И СРЕДСТВА ГЕНЕРАЦИИ РАСТРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ HTML5 CANVAS Ханин Дмитрий Андреевич Павловский Владимир Ильич	98
Секция 3. Физика	103
3.1. Теоретическая физика	103
МЕХАНИЗМЫ СЕНСОРНОГО ЭФФЕКТА В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ГАЗОВЫХ СЕНСОРАХ НА ОСНОВЕ ДИОКСИДА ОЛОВА Алексеев Сергей Александрович Потылицын Иван Юрьевич Рыжаков Михаил Викторович	103
Секция 4. Биология	113
4.1. Биохимия	113
ВЛИЯНИЕ СОЛЕЙ ТЯЖЕЛЫХ МЕТАЛЛОВ НА АНТИОКСИДАНТНЫЙ СТАТУС КУР-НЕСУШЕК Вахуткевич Ирина Юрьевна	113
4.2. Ботаника	117
МОРФОЛОГИЯ ПЫЛЬЦЕВЫХ ЗЕРЕН САДОВЫХ ТЮЛЬПАНОВ (TULIPA) Глубшева Татьяна Николаевна Ковалева Ольга Николаевна Зими́на Валерия Юрьевна	117
4.3. Зоология	124
МЕЖВИДОВЫЕ И ВНУТРИВИДОВЫЕ ОТНОШЕНИЯ ЛЕГОЧНОЙ НЕМАТОДЫ RHABDIAS BUFONIS У ОСТРОМОРДОЙ ЛЯГУШКИ В ПРИПОЙМЕННЫХ БИОТОПАХ РЕКИ ИРТЫШ В 2012 Г. Тарасовская Наталия Евгеньевна	124

4.4. Микробиология и вирусология	136
ИССЛЕДОВАНИЕ СЪЕДОБНЫХ ГРИБОВ В КАЧЕСТВЕ ПРОДУЦЕНТОВ ЛИГНОЛИТИЧЕСКИХ ФЕРМЕНТОВ	136
Ковальных Екатерина Леонидовна Шевченко Елена Александровна Бессолицына Екатерина Андреевна Дармов Илья Владимирович	
4.5. Токсикология	140
ТЕМПЕРАТУРНЫЙ ФАКТОР КАК ФИЗИЧЕСКИЙ МУТАГЕН	140
Лузянина Ольга Антоновна Лаврский Алексей Юрьевич	
4.6. Физиология	144
СПЕКТРАЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ ТЕТА-РИТМА У ИСПЫТУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ НАУЧЕНИЯ	144
Нестерова Оксана Сергеевна Шварц Людмила Алексеевна	
4.7. Ветеринария	149
ОСОБЕННОСТИ МОРФОЛОГИИ ЯЙЦЕВОДА КУР	149
Кот Татьяна Францевна Гуральская Светлана Васильевна	

СЕКЦИЯ 1.

МАТЕМАТИКА

1.1. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Корнеев Антон Александрович

*студент 3 курса, факультет точных наук
и инновационных технологий МГГУ им. Шолохова,
г. Москва*

E-mail: predsedatel_2012@mail.ru

Дорошкевич Ольга Александровна

*канд. физ.-мат. наук, доцент МГГУ им. Шолохова,
г. Москва*

Пусть $z = \psi(x; y)$ — функция двух переменных, определенная на множестве \mathbb{R}^2 . Все точки области определения этой функции разделим на три группы:

1. $(x_0; y_0)$, где $|x - x_0| < \varepsilon$ и $|y - y_0| < \varepsilon$

Эти точки являются внутренними точками множества \mathbb{R}^2 .

2. $(\pm\infty; \pm\infty)$, где $|x| > M$ и $|y| > M$

В окрестности таких точек не существует точек, отличных от их самих, поэтому точки такого вида являются изолированными точками [1, с. 64].

3. $(x_0; \pm\infty)$, где $|x - x_0| < \varepsilon$ и $|y| > M$

Окрестность существует только для x_0 в смысле \mathbb{R} .

$(\pm\infty; y_0)$, где $|y - y_0| < \varepsilon$ и $|x| > M$

Окрестность существует только для y_0 в смысле \mathbb{R} .

Поэтому любая окрестность таких точек содержит бесконечно много точек из \mathbb{R}^2 , то есть точки такого вида являются предельными точками [1, с. 64].

Класс функций, определенных в предельных точках, назовем классом предельных функций.

Функции, заданные в области $E: \{(x, y) | x \in (-\infty; +\infty), y > M\}$, будут предельными

$$1) z = \frac{x}{1 + y^2 x^2}$$

$$2) z = \frac{1}{1 + y x}$$

$$3) z = \frac{x y}{1 + y^2 x^2}$$

$$4) z = 2 y^2 x e^{-y^2 x^2}$$

5) И функция, заданная в области $E: \{(x, y) | x \in [-1; 1], y > M\}$
 $z = x^y$

Непрерывность предельных функций на промежутке

Предельную функцию $z = \psi(x; y)$ назовем непрерывной на промежутке $[a; b]$ (или $[c; d]$), если для всех точек x_0 (или y_0) из этого промежутка существует повторный предел равный одной константе на всем промежутке

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \psi(x; y) = C$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{y \rightarrow y_0 \\ y_0 \in [c; d]}} \psi(x; y) = C \right)$$

Предельный переход к x_0 и (или y_0) осуществляется при фиксированном y (или x).

Если же значение повторного предела не равно константе или равно константе не равной C , в какой либо точке промежутка, то предельная функция в этой точке терпит разрыв.

Повторный предел, очевидно, имеет вид

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \psi(x; y) = \lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} f(x; y) + C = C$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{y \rightarrow y_0 \\ y_0 \in [c; d]}} \psi(x; y) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{y \rightarrow y_0 \\ y_0 \in [c; d]}} f(x; y) + C = C \right)$$

Где

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} f(x; y) = 0$$
$$\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{y \rightarrow y_0 \\ y_0 \in [c; d]}} f(x; y) = 0 \right)$$

Исследуем на непрерывность предельные функции, заданные в области

$$E: \{(x, y) | x \in (-\infty; +\infty), y > M\}$$

$$1) f(x; y) = \frac{x}{1 + x^2 y^2}$$

Т. к.

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; +\infty)}} \frac{x}{1 + x^2 y^2} = 0$$

то, предельная функция непрерывна в заданном промежутке.

$$2) f(x; y) = \frac{1}{1 + xy}$$

Т. к.

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)}} \frac{1}{1 + xy} = 0$$

И

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + xy} = 1$$

то предельная функция непрерывна на промежутке $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ и терпит разрыв в точке $x = 0$.

$$3) f(x; y) = \frac{xy}{1 + x^2 y^2}$$

Т. к.

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; +\infty)}} \frac{xy}{1 + x^2 y^2} = 0$$

то, предельная функция непрерывна в заданном промежутке.

$$4) f(x; y) = 2 y^2 x e^{-y^2 x^2}$$

Т. к.

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; +\infty)}} 2 y^2 x e^{-y^2 x^2} = 0$$

то, предельная функция непрерывна в заданном промежутке.

5) И функцию, заданную в области $E: \{(x, y) | x \in [-1; 1], y > M, y \in N\}$

$$f(x; y) = x^y$$

Т. к.

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-1; 1)}} x^y = 0$$

И

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^y = 1$$
$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{x \rightarrow -1} x^y = (-1)^{+\infty}$$

то предельная функция непрерывна на интервале $(-1; -1)$ и терпит разрыв в точках $x = \pm 1$.

Равномерность предельных функций на промежутке

Особенно интересен характер поведения предельной функции $\psi(x; y)$ в точке x_1 , в которой существует конечный простой предел равный константе

$$\lim_{x \rightarrow x_1} \psi(x; y) = D$$

Здесь возникает следующий вопрос: будет ли предельная функция $\psi(x; y)$ равномерной в этой точке? То есть точка x_1 будет

являться потенциальной точкой неравномерности предельной функции $\psi(x; y)$.

Сформулируем определение равномерности для предельной функции для некоторого промежутка на «языке $\varepsilon - \delta$ »:

Определение 1. Если для любого числа $\varepsilon > 0$ существуют такие $\delta > 0$ и $M > 0$, что для всех точек $(x; y) \in \overline{\mathbb{R}^2}$, координаты которых удовлетворяют неравенства

$$|x - x_0| < \delta \text{ и } |y| > M$$

где: $x_0 \in [a; b]$, выполняются неравенство

$$|\psi(x; y) - C| < \varepsilon,$$

то предельная функция $\psi(x; y)$ равномерна по x в замкнутом промежутке $[a; b]$.

Или что то же

Определение 1*. Предельная функция $\psi(x; y)$ равномерна по x в замкнутом промежутке $[a; b]$, если для нее существует двойной предел при $y \rightarrow +\infty$ и $x \rightarrow x_0$, где $x_0 \in [a; b]$, равный одной константе всем промежутке

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \psi(x; y) = C$$

Равномерность предельной функции не гарантирует ее непрерывность, обратное же утверждение в общем (но не в частном) случае неверно. Имеет место менее сильное определение равномерной непрерывности предельной функции.

Теорема 1. Предельная функция $\psi(x; y)$ равномерно непрерывна по x в замкнутом промежутке $[a; b]$, если существует простой предел по x как функция одной переменной y

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \psi(x; y) = \psi(x_0; y) = \varphi(y)$$

и повторный предел, равный одной константе на всем промежутке

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \varphi(y) = \lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \psi(x; y) = C$$

По самому определению равномерности предельной функции приходим к следующему утверждению

Теорема 2. Если предельная функция $\psi(x; y)$ равномерно непрерывна по x на некотором промежутке $[a; b]$, то есть

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \psi(x; y) = C$$

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \psi(x; y) = C$$

то допустим предельный переход

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \psi(x; y) = \psi(x_0; y)$$

Поточечная равномерность предельных функций на промежутке.

Для класса предельных функций понятие их равномерности на промежутке отлично от понятия равномерности в точке. К примеру, при определении равномерности предельной функции $\psi(x; y)$ в точке x_1 , может случиться так, что двойной предел в этой точке будет равен константе и не будет равен двойному пределу на промежутке $[a; x_1) \cup (x_1; b]$, то есть

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_1}} \psi(x; y) = D$$

Хотя

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; x_1) \cup (x_1; b]}} \psi(x; y) = C$$

$C, D - const, C \neq D$

Поэтому если попытаться переформулировать *определение 1* со случая равномерности предельной функции на промежутке для случая равномерности предельной функции в точке, то точка неравномерности функции будет принята за точку равномерности, что обязательно приведет к ошибке. Поэтому класс рассматриваемых

функций должен быть сужен. Необходимо положить $C = 0$, тогда для повторного предела будем иметь

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \psi(x; y) &= \lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} f(x; y) + \\ &+ C = \lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} f(x; y) = 0 \end{aligned}$$

Сформулируем определение равномерности для предельной функции $f(x; y)$ в точке x_0 на «языке $\varepsilon - \delta$ »:

Определение 2. Если для любого числа $\varepsilon > 0$ существуют такие $\delta > 0$ и $M > 0$, что для всех точек $(x; y) \in \mathbb{R}^2$, координаты которых удовлетворяют неравенствам

$$|x - x_0| < \delta \text{ и } |y| > M$$

выполняются неравенство

$$|f(x; y)| < \varepsilon$$

то предельная функция $f(x; y)$ равномерна в точке x_0 .

Или что то же

Определение 2*. Предельная функция $f(x; y)$ равномерна в точке x_0 , если для нее существует двойной предел при $y \rightarrow +\infty$ и $x \rightarrow x_0$ равный нулю

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0}} f(x; y) = 0$$

Требование равномерности предельной функции в любой точке промежутка сильнее требования равномерности предельной функции на промежутке.

Предельную функцию $\psi(x; y)$ будем называть поточечно равномерной по x на некотором промежутке $[a; b]$, если она равномерна в любой точке этого промежутка.

Сформулируем определение поточечной равномерности предельной функции на промежутке на «языке $\varepsilon - \delta$ »:

Определение 3. Если для любого числа $\varepsilon > 0$ существуют такие $\delta > 0$ и $M > 0$, что для всех точек $(x; y) \in \mathbb{R}^2$, координаты которых удовлетворяют неравенствам

$$|x - x_0| < \delta \text{ и } |y| > M$$

где: $x_0 \in [a; b]$, выполняются неравенство

$$|f(x; y)| < \varepsilon$$

то предельная функция $f(x; y)$ поточечно равномерна по x в замкнутом промежутке $[a; b]$.

Или, что тоже

Определение 3*. Предельная функция $f(x; y)$ поточечно равномерна по x в замкнутом промежутке $[a; b]$, если она равномерна в любой точке этого промежутка, то есть существует двойной предел при $y \rightarrow +\infty$ и $x \rightarrow x_0$, где $x_0 \in [a; b]$, равный нулю

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} f(x; y) = 0$$

Исследуем на равномерность предельные функции, заданные в области

$$E: \{(x, y) | x \in (-\infty; +\infty), y > M\}$$

1) $f(x; y) = \frac{x}{1 + x^2 y^2}$

По **теореме 1** получаем

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)}} \frac{x}{1 + y^2 x^2} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{x_0}{1 + y^2 x_0^2} = 0$$

Полагая $x = \frac{1}{w}$ в

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 0}} \frac{x}{1 + x^2 y^2}$$

Получаем

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ w \rightarrow +\infty}} \frac{1}{w(1 + \frac{y^2}{w^2})}$$

А переходя к полярным координатам $w = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$, будем иметь

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{1}{r \cos \varphi \left(1 + \frac{r^2 \sin^2 \varphi}{r^2 \cos^2 \varphi}\right)} = 0$$

Отсюда следует, что предельная функция поточечно равномерна в заданном промежутке.

$$2) f(x; y) = \frac{1}{1 + xy}$$

По *теореме 1* получаем

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)}} \frac{1}{1 + xy} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + x_0 y} = 0$$

Полагая $x = \frac{1}{w}$ в

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 0}} \frac{1}{1 + xy}$$

Получаем

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ w \rightarrow +\infty}} \frac{1}{1 + \frac{y}{w}}$$

А переходя к полярным координатам $z = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$, будем иметь

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{r \sin \varphi}{r \cos \varphi}} = \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \varphi}$$

Отсюда следует, что предельная функция поточечно равномерна на промежутке $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ и неравномерна в точке $x = 0$.

$$3) f(x; y) = \frac{xy}{1 + x^2 y^2}$$

По *теореме 1* получаем

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)}} \frac{xy}{1 + y^2 x^2} = \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{x_0 y}{1 + y^2 x_0^2} = 0$$

Полагая $x = \frac{1}{w}$ в

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 0}} \frac{xy}{1 + x^2 y^2}$$

Получаем

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ w \rightarrow +\infty}} \frac{\frac{y}{w}}{1 + \frac{y^2}{w^2}}$$

А переходя к полярным координатам $z = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, будем иметь

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{\frac{r \sin \varphi}{r \cos \varphi}}{1 + \frac{r^2 \sin^2 \varphi}{r^2 \cos^2 \varphi}} = \frac{\tan \varphi}{1 + \tan^2 \varphi} = \sin \varphi \cos \varphi$$

Отсюда следует, что предельная функция поточечно равномерна на промежутке $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ и неравномерна в точке $x = 0$.

$$4) f(x; y) = 2 y^2 x e^{-y^2 x^2}$$

По *теореме 1* получаем

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)}} 2xy^2 e^{-y^2 x^2} = \lim_{y \rightarrow +\infty} 2x_0 y^2 e^{-x_0^2 y^2} = 0$$

Полагая $x = \frac{1}{w}$ в

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 0}} 2xy^2 e^{-y^2 x^2}$$

Получаем

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ w \rightarrow +\infty}} 2 \frac{y^2}{w} e^{-\frac{y^2}{w^2}}$$

А переходя к полярным координатам $w = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, будем иметь

$$\lim_{r \rightarrow +\infty} 2 \frac{r^2 \cos^2 \varphi}{r \sin \varphi} e^{-\frac{r^2 \cos^2 \varphi}{r^2 \sin^2 \varphi}} = +\infty$$

Отсюда следует, что предельная функция поточечно равномерна на промежутке $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ и неравномерна в точке $x = 0$.

5) И предельной функции, заданной в области $E: \{(x_0, y) \mid x_0 \in [-1; 1], y > M\}$

$$f(x; y) = x^y$$

По *теореме 1* получаем

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-1, 0) \cup (0, 1)}} x^y = 0$$

А для $x = \pm 1$ имеем

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow +\infty} x^y &= 1^{+\infty} \\ \lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 1}} x^y &= (-1)^{+\infty} \end{aligned}$$

Отсюда следует, что предельная функция поточечно равномерна на интервале $(-1; 1)$ и неравномерна в точках $x = \pm 1$.

Список литературы:

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. — 7-е изд. — М.: ФИМАТЛТИ, 2012. — 572 с. — ISBN 978-5-9221-0266-7.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 т. Т. 1. — 9-е изд., стер. — СПб.: Лань, 2009. — 608 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная книга).

СХОДИМОСТЬ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РЯДОВ К СВОЕЙ СУММЕ

Корнеев Антон Александрович

*студент 3 курса, факультет точных наук
и инновационных технологий МГГУ им. Шолохова,
г. Москва*

E-mail: predsedatel_2012@mail.ru

Дорошкевич Ольга Александровна

*канд. физ.-мат. наук, доцент МГГУ им. Шолохова,
г. Москва*

Вводные замечания

Пусть $f(n)$ — числовая функция, зависящая от n , где $n \in \overline{\mathbb{N}}$ ($\overline{\mathbb{N}} = \mathbb{N} \cup \{+\infty\}$), а $f(y)$ — функция одной действительной переменной y , где $y \in \overline{\mathbb{R}^+}$ ($\overline{\mathbb{R}^+} = \mathbb{R}^+ \cup \{+\infty\}$).

Исследуем вопрос равенства пределов

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ y \in \mathbb{R}^+}} f(y) = \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} f(n)$$

Теорема 3. Если для функции $f(y)$ существует конечный или бесконечный предел, где y стремится к бесконечности по множеству положительных действительных чисел,

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ y \in \mathbb{R}^+}} f(y)$$

то для этой же функции существует предел, где n стремится к бесконечности по множеству натуральных чисел

$$\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} f(n)$$

равный предыдущему пределу

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ y \in \mathbb{R}^+}} f(y) = \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} f(n)$$

Доказательство. Пусть $\lim_{\substack{y \rightarrow \infty \\ y \in \mathbb{R}^+}} f(y) = A$. Тогда, по условию теоремы, $\forall \varepsilon > 0 \exists M > 0, \forall x \in \overline{\mathbb{R}^+}: |x| > M \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$. Поэтому, в виду того, что $\overline{\mathbb{R}^+} \supset \overline{\mathbb{N}}, \forall \varepsilon > 0 \exists M > 0, \forall x \in \overline{\mathbb{N}}: |x| > M \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$.

На примере числового ряда рассмотрим случай, когда

$$\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} f(n) \neq \lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ y \in \mathbb{R}^+}} f(y)$$

Установим сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg}^2 n}{n^3}$$

В силу того что $(\frac{\pi}{2} + \pi n) \in \mathbb{I}$, где $n \in \mathbb{Z}$, и $\mathbb{I} \not\subset \mathbb{N}$, для квадрата тангенса получаем оценку

$$\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} \frac{1}{n^2} < \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} \operatorname{tg}^2 n \leq M^2$$

Здесь M может быть сколь угодно большим конечным числом, $M < +\infty$, тогда для общего члена ряда верна оценка

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} \frac{1}{n^5} &\leq \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} \frac{\operatorname{tg}^2 n}{n^3} \leq \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} \frac{M^2}{n^3} \\ \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} \frac{\operatorname{tg}^2 n}{n^3} &= 0 \end{aligned}$$

Данный ряд сходится по теореме сравнения рядов [1, с. 264].

Любопытно отметить, что сходимость этого ряда нельзя установить с помощью интегрального признака, т. к. интегрируемая функция не является непрерывной монотонно убывающей на промежутке $[1; +\infty)$. Интегральный признак Маклорена-Коши не применим [1, с. 282].

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg}^2 n}{n^3} \leq \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{x^3} dx$$

Несобственный интеграл

$$\int_1^{\infty} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{x^3} dx$$

расходится, хотя необходимое условие сходимости для него выполнено

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^5} \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{x^3} \leq \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ x \in \mathbb{R}^+ \\ n \in \mathbb{Z}}} \frac{\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{2} + \pi n \right)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^3} = 0$$

Для того чтобы убедиться в его расходимости, сформулируем следующий признак, который является обобщением признака Коши [1, с. 561].

Признак 1. Пусть функция для достаточно больших x имеет вид

$$f(x) = \frac{\varphi(x)}{x^\lambda} \quad (\lambda \neq 1, \lambda \neq 0)$$

тогда если предел

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\varphi(x)}{x^{\lambda-1}} = 0$$

равен нулю, то несобственный интеграл, где $a > 0$

$$\int_a^{\infty} f(x) dx$$

сходится.

В нашем случае для

$$\frac{\varphi(x)}{x^{\lambda-1}} = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{x^2}$$

получаем следующую оценку

$$0 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{x^2} \leq \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{Z}}} \frac{\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{2} + \pi n \right)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

$$0 \leq \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ x \in \mathbb{R}}} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{x^2} \leq 1$$

Интеграл расходится, т.к. предела

$$\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ x \in \mathbb{R}^+}} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{x^2}$$

не существует, в то время как

$$\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ n \in \mathbb{N}}} \frac{\operatorname{tg}^2 n}{n^2} = 0$$

Пусть $f(x; y)$ — предельная функция, определенная в точке $\{(x, y) | x = x_0, y > M\}$, а $f(x; n)$ — предельная функция, определенная в точке $\{(x, y) | x = x_0, y > M, y \in \mathbb{N}\}$.

Исследуем вопрос их равенства

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ y \in \mathbb{R}^+}} f(x; y) = \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ n \in \mathbb{N}}} f(x; n)$$

Теорема 4. Если для функции $f(x; y)$ существует конечный или бесконечный двойной предел, где $x \rightarrow x_0$ и $y \rightarrow +\infty$ стремится к бесконечности по множеству положительных действительных чисел,

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ y \in \mathbb{R}^+}} f(x; y)$$

то для этой же функции существует предел, где $x \rightarrow x_0$ и $y \rightarrow +\infty$ стремится к бесконечности по множеству натуральных чисел

$$\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ n \in \mathbb{N}}} f(x; n)$$

равный предыдущему пределу

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ y \in \mathbb{R}^+}} f(x; y) = \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ n \in \mathbb{N}}} f(x; n)$$

Доказательство. Пусть $\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ y \in \mathbb{R}^+}} f(x; y) = A$. Тогда, по условию

теоремы, $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$ и $M > 0, \forall (x; y) \in \overline{\mathbb{R}} \times \overline{\mathbb{R}}^+ : |x - x_0| < \delta$ и $|y| > M \Rightarrow |f(x; y) - A| < \varepsilon$. Поэтому, в виду того, что $\overline{\mathbb{R}} \times \overline{\mathbb{R}}^+ \supset \overline{\mathbb{R}} \times \overline{\mathbb{N}}$, $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0$ и $M > 0, \forall (x; y) \in \mathbb{R} \times \overline{\mathbb{N}} : |x - x_0| < \delta$ и $|y| > M \Rightarrow |f(x; y) - A| < \varepsilon$.

Знакопостоянные ряды

Сумму бесконечного функционального ряда обозначим следующим образом

$$S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \dots + f_n(x) + \dots \quad (1)$$

И его частичную сумму

$$S_k(x) = \sum_{n=1}^k f_n(x) = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \dots + f_k(x)$$

Условия поточечной равномерности и непрерывности предельного члена функционального ряда не совпадают с условием сходимости ряда и с условием равномерной сходимости ряда, они являются необходимыми условиями сходимости функционального ряда. Когда для предельного члена функционального ряда будут выполняться необходимые условия сходимости на промежутке $[a; b]$, то будем говорить, что предельный член функционального ряда равномерно непрерывен на промежутке $[a; b]$.

В следующей теореме показано, как соотносятся понятия поточечной равномерной непрерывности предельного члена ряда и сходимости его к своей сумме

Теорема 5. Если предельный член ряда (1) поточечно равномерно непрерывен на промежутке $[a; b]$ и данный ряд сходится хотя бы в одной точке этого промежутка, отличной от x_1

$$\lim_{x \rightarrow x_1} f_n(x) = 0,$$

то он сходится к своей сумме на этом промежутке, то есть допустим предельный переход под знаком суммы

$$\lim_{x_0 \in [a; b]} \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \lim_{x \rightarrow x_0} f_n(x) \right\}$$

Доказательство. Вопрос о сходимости функционального ряда к своей сумме на промежутке $[a; b]$ сводится к допустимости предельного перехода

$$\lim_{x_0 \in [a; b]} \lim_{x \rightarrow x_0} f_n(x),$$

который в силу **теоремы 2** правомерен, и к равенству повторных пределов

$$\lim_{x_0 \in [a; b]} \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{x \rightarrow x_0} f_n(x) = 0,$$

первый из которых равен нулю по условию теоремы (ряд сходится хотя бы в одной точке этого промежутка) и второй тоже по условию (предельный член ряда поточечно равномерно непрерывен).

Здесь следует отметить, что условие равномерной сходимости является достаточным условием сходимости ряда к своей сумме, хотя оно не является необходимым. То есть ряд может сходиться к своей сумме, даже в случае неравномерной сходимости. Условие же поточечной равномерной непрерывности общего члена ряда вместе с условием сходимости этого ряда является необходимым и достаточным условием сходимости его к своей сумме и распространяется на все классы знакопостоянных и знакопеременных рядов.

1) Установим допустимость предельного перехода под знаком суммы для ряда на промежутке $[0; +\infty)$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (0; +\infty)}} \frac{1}{1 + n^4 x^2}$$

В силу того, что

$$\frac{1}{1 + n^4 x_0^2} < \frac{1}{n^4}$$

Ряд сходится к своей сумме на промежутке $(0; +\infty)$ по теореме сравнения рядов [2, с. 264]. При $x \rightarrow 0$ предельный член ряда терпит разрыв

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + n^4 x^2} = 1,$$

поэтому он является расходящимся.

Заметим, что предельная функция в этой точке равномерна, хотя не является непрерывной (не определена в этой точке)

$$\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 0}} \frac{1}{1 + n^4 x^2} = 0$$

Обобщая **признак 1** на случай несобственных интегралов с параметром можно, в частности, получить признак, в котором условие поточечной равномерности общего члена ряда объединено с условием сходимости ряда:

Признак 2. Пусть для достаточно больших n общий член функционального ряда $f_n(x)$ имеет вид

$$f_n(x) = \frac{\varphi(x)}{n^\lambda} \quad (\lambda \neq 0)$$

тогда если предельная функция $\frac{\varphi(x)}{n^{\lambda-1}}$ поточечно равномерно непрерывна на промежутке $[a; b]$, то есть

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \frac{\varphi(x)}{n^{\lambda-1}} = 0$$

$$\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \frac{\varphi(x)}{n^{\lambda-1}} = 0$$

то ряд (1) сходится к своей сумме на этом промежутке, то есть допустим предельный переход под знаком суммы.

Рассмотрим пример на применение этого признака

2) При каких p и q ряд сходится к своей сумме на промежутке $(-\infty; +\infty)$, в предположении, что $p \cdot q \geq 0$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n^p + x^2 n^q}$$

Предельная функция $\frac{\varphi(x)}{n^{\lambda-1}}$ непрерывна на всем промежутке

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; +\infty)}} \frac{x}{n^{p-1} + x^2 n^{q-1}} = 0$$

и поточечно равномерно на промежутке $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

$$\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)}} \frac{1}{\frac{n^{p-1}}{x} + x n^{q-1}} = 0$$

ряд сходится к своей сумме на этом промежутке при $p > 1$ и $q \geq 1$ или $p \geq 1$ и $q > 1$. Найдем p и q , при которых двойной предел равен нулю для $x \rightarrow 0$

$$\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 0}} \frac{1}{\frac{n^{p-1}}{x} + x n^{q-1}} = 0$$

Полагая $x = \frac{1}{y}$

$$\lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} \frac{1}{y n^{p-1} + \frac{n^{q-1}}{y}} = 0$$

и переходя к полярным координатам $y = r \cos \varphi$, $n = r \sin \varphi$, получаем

$$\begin{aligned} & \lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{1}{r \cos \varphi r^{p-1} \sin^{p-1} \varphi + \frac{r^{q-1} \sin^{q-1} \varphi}{r \cos \varphi}} = \\ & = \lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{1}{\cos \varphi r^p \sin^{p-1} \varphi + \frac{r^{q-2} \sin^{q-1} \varphi}{\cos \varphi}} = 0 \end{aligned}$$

Ряд сходится к своей сумме при $p > 0$ и $q \geq 2$ или $p \geq 0$ и $q > 2$.

Следующий признак является обобщением предыдущего на более широкий класс функций

Признак 3. Пусть для достаточно больших n общий член функционального ряда $f_n(x)$ имеет вид

$$f_n(x) = \frac{\varphi_n(x)}{n^\lambda} \quad (\lambda \neq 1, \lambda \neq 0)$$

тогда если предельная функция $\frac{\varphi_n(x)}{n^{\lambda-1}}$ поточено равномерно непрерывна на промежутке $[a; b]$, то есть

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \frac{\varphi_n(x)}{n^{\lambda-1}} = 0 \\ & \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \frac{\varphi_n(x)}{n^{\lambda-1}} = 0 \end{aligned}$$

то ряд (1) сходится к своей сумме на этом промежутке, то есть допустим предельный переход под знаком суммы.

Следующая теорема устанавливает допустимость дифференцирования под знаком суммы

Теорема 6. Если предельный член ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$$

поточечно равномерно непрерывен на промежутке $[a; b]$ и данный ряд сходится хотя бы в одной точке этого промежутка, отличной от x_1

$$\lim_{x \rightarrow x_1} f_n'(x) = 0$$

то для ряда (1) допустимо дифференцирование под знаком суммы на этом промежутке

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} D_x \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \{D_x f_n(x)\}$$

Доказательство. Вопрос о сходимости функционального ряда к своей сумме на промежутке $[a; b]$ сводится к допустимости предельного перехода

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} f_n'(x),$$

который в силу **теоремы 2** правомерен, и к равенству повторных пределов

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n'(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} f_n'(x) = 0,$$

первый из которых равен нулю по условию теоремы (ряд сходится хотя бы в одной точке этого промежутка) и второй тоже по условию (предельный член ряда поточечно равномерно непрерывен).

Следующая теорема устанавливает допустимость интегрирования под знаком суммы

Теорема 7. Если предельный член ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} F_n(x)$$

поточечно равномерно непрерывен на промежутке $[a; b]$ и данный ряд сходится хотя бы в одной точке этого промежутка, отличной от x_1

$$\lim_{x \rightarrow x_1} F_n(x) = 0,$$

то для ряда (1) допустимо почленное интегрирование на этом промежутке

$$\int_a^b \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) \right\} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_a^b f_n(x) dx$$

Доказательство. Вопрос о сходимости функционального ряда к своей сумме на промежутке $[a; b]$ сводится к допустимости предельного перехода

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} F_n(x),$$

который в силу **теоремы 2** правомерен и к равенству повторных пределов

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \lim_{n \rightarrow +\infty} F_n(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} F_n(x) = 0,$$

первый из которых равен нулю по условию теоремы (ряд сходится хотя бы в одной точке этого промежутка) и второй тоже по условию (предельный член ряда поточечно равномерно непрерывен).

Сходимость знакопеременных рядов

Пусть предельная функция имеет вид

$$f_n(x) = \varphi_{kn+a}(x) - \varphi_{kn+b}(x)$$

где: $k - const$, отличная от нуля, и

$a, b - const$. Для предельных функций такого вида условия равномерности и непрерывности тождественны, то есть повторный предел всегда равен двойному пределу

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} [\varphi_{kn+a}(x) - \varphi_{kn+b}(x)] = \lim_{\substack{n \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} [\varphi_{kn+a}(x) - \varphi_{kn+b}(x)]$$

Знакопередающийся ряд представим в следующем виде

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \varphi_n(x)$$

Разделяя общий член ряда по четным и нечетным индексам (члены ряда в данном случае не переставляются), получаем

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \varphi_n(x) = \sum_{n=1}^{\infty} [\varphi_{2n-1}(x) - \varphi_{2n}(x)]$$

Данное преобразование подразумевает что

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} S_k(x) = \lim_{k \rightarrow +\infty} S_{2k}(x)$$

Ввиду вышеизложенного справедлив следующий признак, который является обобщением теоремы Лейбница [2, с. 302].

Теорема 8. Если члены знакопеременного функционального ряда монотонно убывают по абсолютной величине для всех x на промежутке $[a; b]$:

$$\varphi_{n+1}(x) < \varphi_n(x)$$

и предельный член ряда непрерывен по абсолютной величине:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \varphi_n(x) = 0$$

то ряд сходится к своей сумме на этом промежутке, то есть, допустим, предельный переход под знаком суммы.

Проверим допустимость предельного перехода под знаком суммы на промежутке $(-\infty; +\infty)$ для следующих рядов

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 + x}$$

В силу того, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; +\infty)}} \frac{1}{n^2 + x} = 0$$

и того, что члены функционального ряда монотонно убывают для всех x на данном промежутке, то ряд сходится к своей сумме на всем промежутке.

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^2}{(1 + x^2)^n}$$

В силу того, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)}} \frac{x^2}{(1 + x^2)^n} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{(1 + x^2)^n} = 0$$

и того, что члены функционального ряда монотонно убывают для всех x на данном промежутке, то ряд сходится к своей сумме на всем промежутке.

$$3) \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2(n+1)} \ln(1 + (n+1)^2 x^2) - \frac{1}{2n} \ln(1 + n^2 x^2) \right]$$

В силу того, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)}} \left[\frac{1}{2(n+1)} \ln(1 + (n+1)^2 x^2) - \frac{1}{2n} \ln(1 + n^2 x^2) \right] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{2(n+1)} \ln(1 + (n+1)^2 x^2) - \frac{1}{2n} \ln(1 + n^2 x^2) \right] = 0$$

нулевой член ряда для $x \rightarrow 0$ непрерывен

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \ln(1 + x^2) = 0$$

и того, что члены функционального ряда монотонно убывают для всех x на данном промежутке, то ряд сходится к своей сумме на всем промежутке.

4)

$$e^{-x^2} + \sum_{n=1}^{\infty} (e^{-(n+1)^2 x^2} - e^{-n^2 x^2})$$

В силу того, что

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)}} (e^{-(n+1)^2 x^2} - e^{-n^2 x^2}) &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} (e^{-(n+1)^2 x^2} - e^{-n^2 x^2}) &= 0 \end{aligned}$$

нулевой член ряда для $x \rightarrow 0$ терпит разрыв

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{-x^2} = 1$$

и того, что члены функционального ряда монотонно убывают для всех x на промежутке $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, то ряд сходится к своей сумме на этом промежутке. Предельный переход под знаком суммы в точку $x \rightarrow 0$ не допустим.

5)

$$\frac{x}{1 + x^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(n+1)x}{1 + (n+1)^2 x^2} - \frac{nx}{1 + n^2 x^2} \right)$$

В силу того, что

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)}} \left(\frac{(n+1)x}{1 + (n+1)^2 x^2} - \frac{nx}{1 + n^2 x^2} \right) &= 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(n+1)x}{1 + (n+1)^2 x^2} - \frac{nx}{1 + n^2 x^2} \right) &= 0 \end{aligned}$$

нулевой член ряда для $x \rightarrow 0$ непрерывен

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{1+x^2} = 0$$

и того, что члены функционального ряда монотонно убывают для всех x на данном промежутке, то ряд сходится к своей сумме на всем промежутке.

б)

$$2xe^{-x^2} + \sum_{n=1}^{\infty} 2x((n+1)^2e^{-(n+1)^2x^2} - n^2e^{-n^2x^2})$$

В силу того, что

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} \lim_{x \rightarrow x_0} 2x((n+1)^2e^{-(n+1)^2x^2} - n^2e^{-n^2x^2}) &= 0 \\ x_0 \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty) \\ \lim_{x \rightarrow 0} 2x((n+1)^2e^{-(n+1)^2x^2} - n^2e^{-n^2x^2}) &= 0 \end{aligned}$$

нулевой член ряда для $x \rightarrow 0$ непрерывен

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2xe^{-x^2} = 0$$

и того, что члены функционального ряда монотонно убывают для всех x на данном промежутке, то ряд сходится к своей сумме на всем промежутке.

Фихтенгольцем было показано, что ряды 3), 5), 6) сходятся неравномерно к своей сумме, а ряд 4) неравномерно не к своей сумме в точке $x = 0$. Этим показано, что теория предельных функций является более общей теорией в установлении допустимости предельного перехода под знаком суммы, чем теория равномерной сходимости рядов.

Список литературы:

1. Корнеев А.А., Дорошкевич О.А. Теория предельных функций // Вопросы естественных и математических наук: мат-лы междунар. науч.-практ. конф.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 т. Т. 2. — 9-е изд., стер. — СПб.: Лань, 2009. — 800 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная книга).

ИНТЕГРАЛЫ С ПАРАМЕТРОМ

Корнеев Антон Александрович

*студент 3 курса, факультет точных наук
и инновационных технологий МГГУ им. Шолохова, г. Москва
E-mail: predsedatel_2012@mail.ru*

Дорошкевич Ольга Александровна

канд. физ.-мат. наук, доцент МГГУ им. Шолохова, г. Москва

Вводные замечания

Пусть $F(x; y)$ — функция двух переменных, заданная в некоторой замкнутой области \bar{E} , где $\bar{E} \subset \mathbb{R}^2$.

Теорема 9. *Если для функции $F(x; y)$ существует двойной предел равный константе*

$$\lim_{\substack{y \rightarrow y_0 \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} F(x; y) = z_0$$

и повторный предел равный константе

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \lim_{y \rightarrow y_0} F(x; y) = z_1 \\ x_0 \in [a; b]$$

то допустим предельный переход

$$\lim_{y \rightarrow y_0} F(x; y) = F(x; y_0)$$

Данная теорема, является следствием теоремы [3, с. 361], справедливость которой доказана лишь для конечных x и y . В этой теореме из равенства двойного и повторного предела константам следует, что $z_0 = z_1$. В дальнейшем мы убедимся, что **теорема 9** неверна для бесконечных x и y .

Предельный переход и дифференцирование под знаком интеграла

Следующие теоремы решают вопросы, связанные с допустимостью предельного перехода и дифференцирования в точке под знаком собственных и несобственных интегралов второго рода.

Пусть $f(x; y)$ — функция двух переменных, заданная в некоторой области E , где $E \subset \overline{\mathbb{R}}^2$.

Теорема 10. Если функция $f(x; y)$ интегрируема по x на конечном промежутке $[a; b]$ и для её первообразной $F(x; y)$ существуют повторный и двойной пределы при $y \rightarrow y_0$ и $x \rightarrow x_0$, где $x_0 \in [a; b]$, равные константам

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \lim_{y \rightarrow y_0} F(x; y) = z_0$$

$$\lim_{\substack{y \rightarrow y_0 \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} F(x; y) = z_1$$

то имеет место формула

$$\lim_{y \rightarrow y_0} \int_a^b f(x; y) dx = \int_a^b \{ \lim_{y \rightarrow y_0} f(x; y) \} dx$$

Справедливость этой теоремы следует из справедливости **теоремы 9**.

1) Проверим допустимость предельного перехода под знаком следующего интеграла

$$\lim_{y \rightarrow 0} \int_0^1 \frac{x dx}{x^2 + y^2}$$

$$F(x; y) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$$

В силу того, что условия **теоремы 10** не выполнены, а именно

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (0; 1]}} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) = \lim_{\substack{y \rightarrow 0 \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (0; 1]}} \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) = z_0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) = \lim_{\substack{y \rightarrow 0 \\ x \rightarrow 0}} \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) = -\infty$$

предельный переход под знаком интеграла при $y \rightarrow 0$ недопустим.

Теорема 11. Если функция $f(x; y)$ интегрируема по x на конечном промежутке $[a; b]$ и имеет частную производную по y , и для производной её первообразной $F'_y(x; y)$ существуют повторный и двойной пределы при $y \rightarrow y_0$ и $x \rightarrow x_0$, где $x_0 \in [a; b]$, равные константам

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} \lim_{y \rightarrow y_0} F'_y(x; y) = z_0$$

$$\lim_{\substack{y \rightarrow y_0 \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} F'_y(x; y) = z_1$$

то имеет место формула

$$\lim_{y \rightarrow y_0} D_y \int_a^b f(x; y) dx = \int_a^b \{ \lim_{y \rightarrow y_0} D_y f(x; y) \} dx$$

Справедливость этой теоремы следует из справедливости **теоремы 10**.

2) Проверим допустимость дифференцирования под знаком интеграла при $y \rightarrow 0$

$$\lim_{y \rightarrow 0} D_y \int_0^1 \ln(x^2 + y^2) dx$$

$$F'_y(x; y) = 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$$

В силу того, что условия **теоремы 11** не выполнены, а именно

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (0; 1]}} \lim_{y \rightarrow 0} 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \lim_{\substack{y \rightarrow 0 \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (0; 1]}} 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{y} = z_0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{y} = \pi,$$

Предел

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$$

не существует, дифференцирование под знаком интеграла при $y \rightarrow 0$ недопустимо.

Теорема 12. Если функция $f(x; y)$ интегрируема по x на конечном промежутке $[a; b]$ и для её первообразной $F(x; y)$ существуют простой и двойной пределы при $y \rightarrow +\infty$ и $x \rightarrow x_0$, где $x_0 \in [a; b]$, равные нулю

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow +\infty} F(x; y) &= 0 \\ \lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} F(x; y) &= 0 \end{aligned}$$

то имеет место формула

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x; y) dx = \int_a^b \{ \lim_{y \rightarrow +\infty} f(x; y) \} dx$$

Справедливость этой теоремы следует из справедливости **теоремы 2** [1].

3) Проверим допустимость предельного перехода при $y \rightarrow +\infty$ под знаком следующего интеграла

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow +\infty} \int_0^1 \frac{xy}{1+x^2y^2} dx \\ F(x; y) = \frac{\ln(1+x^2y^2)}{2y} \end{aligned}$$

В силу того, что условия **теоремы 12** выполнены, а именно

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{\ln(1+x^2y^2)}{2y} &= 0 \\ \lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [1; 2]}} \frac{\ln(1+x^2y^2)}{2y} &= 0 \end{aligned}$$

предельный переход под знаком интеграла при $y \rightarrow +\infty$ допустим.

4) Проверим допустимость предельного перехода при $y \rightarrow +\infty$ под знаком следующего интеграла

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \int_0^1 e^{-y^2 x^2} dx$$

$$F(x; y) = e^{-y^2 x^2}$$

В силу того, что условия **теоремы 12** не выполнены, а именно

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} e^{-y^2 x^2} = 0$$

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in (0; 1]}} e^{-y^2 x^2} = 0$$

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow 0}} e^{-y^2 x^2} = \lim_{r \rightarrow +\infty} e^{\text{ctg } \varphi} = e^{\text{ctg } \varphi}$$

предельный переход под знаком интеграла при $y \rightarrow +\infty$ недопустим.

Теорема 13. Если функция $f(x; y)$ интегрируема по x на конечном промежутке $[a; b]$ и имеет частную производную по y и для производной её первообразной $F_y'(x; y)$ существуют простой и двойной пределы при $y \rightarrow +\infty$ и $x \rightarrow x_0$, где $x_0 \in [a; b]$, равные нулю

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} F_y'(x; y) = 0$$

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; b]}} F_y'(x; y) = 0$$

то имеет место формула

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} D_y \int_a^b f(x; y) dx = \int_a^b \{ \lim_{y \rightarrow +\infty} D_y f(x; y) \} dx$$

Справедливость этой теоремы следует из справедливости **теоремы 12**.

Теорема 14. Если функция $f(x; y)$ интегрируема по x на бесконечном промежутке $[a; +\infty]$ и для её первообразной $F(x; y)$ существуют простой и двойной пределы при $y \rightarrow y_0$ и $x \rightarrow x_0$, где $x_0 \in [a; b]$, равные константам

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; +\infty)}} \lim_{y \rightarrow y_0} F(x; y) = z_0$$

$$\lim_{\substack{y \rightarrow y_0 \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; +\infty)}} F(x; y) = z_0$$

и первообразная как предельная функция поточечно равномерно непрерывна в точке y_0

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{y \rightarrow y_0} F(x; y) = 0$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow y_0}} F(x; y) = 0,$$

то имеет место формула

$$\lim_{y \rightarrow y_0} \int_a^{\infty} f(x; y) dx = \int_a^{\infty} \{ \lim_{y \rightarrow y_0} f(x; y) \} dx$$

Справедливость этой теоремы следует из справедливости **теоремы 2** [1] и **теоремы 9**.

5) Проверим допустимость предельного перехода под знаком интеграла при $y \rightarrow 0$

$$\int_0^{\infty} e^{-yx} \sin x dx$$

В силу того, что условия **теоремы 14** не выполнены, а именно

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; +\infty)}} \lim_{y \rightarrow y_0} \frac{e^{yx}(y \sin x - \cos x)}{1 + y^2} = z_0$$

$$\lim_{\substack{y \rightarrow y_0 \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; +\infty)}} \frac{e^{yx}(y \sin x - \cos x)}{1 + y^2} = z_0$$

Предел

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{e^{yx}(y \sin x - \cos x)}{1 + y^2} = - \lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x$$

не существует, предельный переход под знаком интеграла при $y \rightarrow 0$ не допустим.

Теорема 15. Если функция $f(x; y)$ интегрируема по x на бесконечном промежутке $[a; +\infty]$ и имеет частную производную по y и для производной её первообразной $F'_y(x; y)$ существуют простой и двойной пределы при $y \rightarrow y_0$ и $x \rightarrow x_0$, где $x_0 \in [a; b]$, равные константам

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; +\infty)}} \lim_{y \rightarrow y_0} F'_y(x; y) \\ \lim_{\substack{y \rightarrow y_0 \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; +\infty)}} F'_y(x; y)$$

и производная первообразной как предельная функция равномерно непрерывна при $y \rightarrow y_0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \lim_{y \rightarrow y_0} F'_y(x; y) = 0 \\ \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow y_0}} F'_y(x; y) = 0,$$

то имеет место формула

$$\lim_{y \rightarrow y_0} \int_a^{\infty} f(x; y) dx = \int_a^{\infty} \{ \lim_{y \rightarrow y_0} f(x; y) \} dx$$

Справедливость этой теоремы следует из справедливости **теоремы 14.**

Теорема 16. Если функция $f(x; y)$ интегрируема по x на бесконечном промежутке $[a; +\infty]$ и её первообразная $F(x; y)$ как предельная функция поточечно равномерно непрерывна на этом промежутке

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} F(x; y) = 0$$

$$\lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; +\infty]}} F(x; y) = 0,$$

то имеет место формула

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} \int_a^{\infty} f(x; y) dx = \int_a^{\infty} \lim_{y \rightarrow +\infty} \{f(x; y)\} dx$$

Справедливость этой теоремы следует из справедливости **теоремы 2** [1].

б) Проверим допустимость предельного перехода под знаком интеграла при $y \rightarrow +\infty$

$$\int_0^{\infty} \frac{y}{x^3} e^{-\frac{y}{2x^2}} dx$$

В силу того, что условия **теоремы 16** не выполнены

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow +\infty} e^{-\frac{y}{2x^2}} &= 0 \\ \lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; +\infty]}} e^{-\frac{y}{2x^2}} &= 0 \\ \lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow +\infty}} e^{-\frac{y}{2x^2}} &= 1 \end{aligned}$$

предельный переход под знаком интеграла при $y \rightarrow +\infty$ недопустим.

Теорема 17. Если функция $f(x; y)$ интегрируема по x на промежутке $[a; +\infty]$ и имеет частную производную по y и производная её первообразной $F_y'(x; y)$ как предельная функция поточечно равномерно непрерывна на этом промежутке

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow +\infty} F_y'(x; y) &= 0 \\ \lim_{\substack{y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow x_0 \\ x_0 \in [a; +\infty]}} F_y'(x; y) &= 0 \end{aligned}$$

то имеет место формула

$$\lim_{y \rightarrow +\infty} D_y \int_a^{\infty} f(x; y) dx = \int_a^{\infty} \{ \lim_{y \rightarrow +\infty} D_y f(x; y) \} dx$$

Справедливость этой теоремы следует из справедливости **теоремы 16**.

Список литературы:

1. Корнеев А.А., Дорошкевич О.А. Теория предельных функций // Вопросы естественных и математических наук: мат.-лы междунар. науч.-практ. конф.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 т. Т. 1. — 9-е изд., стер. — СПб.: Лань, 2009. — 608 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная книга).

ДВОЙНЫЕ И ПОВТОРНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

Корнеев Антон Александрович

*студент 3 курса, факультет точных наук
и инновационных технологий МГГУ им. Шолохова, г. Москва
E-mail: predsedatel_2012@mail.ru*

Дорошкевич Ольга Александровна

канд. физ.-мат. наук, доцент МГГУ им. Шолохова, г. Москва

В статье [3] нами были рассмотрены условия допустимости предельного перехода под знаком интеграла и условия допустимости дифференцирования под знаком интеграла. Для повторного же интеграла рассматривать в качестве параметра переменную, по которой осуществляется внешнее интегрирование, не имеет смысла. Интегралы с параметрами можно интегрировать по точкам неравномерности, к примеру

1) Рассмотрим двойной интеграл, заданный в области $P = [0, +\infty; 0, 10]$

$$\iint_{(P)} ye^{-xy} dP$$

Повторные интегралы равны

$$\int_0^{\infty} dx \int_0^{10} ye^{-xy} dy = \int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-10x}(1 + 10x)}{x^2} dx = 10$$

$$\int_0^{10} dy \int_0^{\infty} ye^{-xy} dx = \int_0^{10} dy = 10$$

однако предельный переход под знаком интеграла недопустим

$$\lim_{y \rightarrow 0} \int_0^{\infty} ye^{-xy} dx \neq \int_0^{\infty} \lim_{y \rightarrow 0} ye^{-xy} dx,$$

т. к. не выполнено условие *теоремы 14* [3]

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 0}} F(x; y) = - \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 0}} e^{-yx} = - \frac{1}{e^{\operatorname{ctg} \varphi}} \neq 0$$

2) Рассмотрим двойной интеграл, заданный в области $P = [0, +\infty; 1, +\infty]$

$$\iint_{(P)} \frac{\ln y}{y^{x+2}} dP$$

Повторные интегралы равны

$$\int_1^{\infty} dy \int_0^{\infty} \frac{\ln y}{y^{x+2}} dx = \int_1^{\infty} \frac{dy}{y^2} = 1$$

$$\int_0^{\infty} dx \int_1^{\infty} \frac{\ln y}{y^{x+2}} dy = \int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x)^2} = 1$$

однако предельный переход под знаком интеграла недопустим

$$\lim_{y \rightarrow 1} \int_0^{\infty} \frac{\ln y}{y^{x+2}} dx \neq \int_0^{\infty} \lim_{y \rightarrow 1} \frac{\ln y}{y^{x+2}} dx$$

т. к. не выполнено условие *теоремы 14* [3]

$$\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow 1}} F(x; y) = - \lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow 1}} \frac{1}{y^{2+x}} = - \frac{1}{1^\infty} \neq 0$$

Рассмотрим более общий вопрос: какого условия равенства повторных интегралов двойному?

$$\iint_{(P)} f(x; y) dP = \int_a^b dx \int_c^d f(x; y) dy = \int_c^d dy \int_a^b f(x; y) dx$$

В существующей практике принято рассматривать абсолютно сходящиеся двойные и повторные интегралы. Достаточным условием их равенства является абсолютная сходимость последних

$$\int_a^b dx \int_c^d |f(x; y)| dy$$

$$\int_c^d dy \int_a^b |f(x; y)| dx$$

Как, было сказано, данное условие является достаточным, но не необходимым. Вопрос же о сходимости повторных интегралов к двойному, в случае их неабсолютной сходимости, остается открытым. Повторные интегралы рассмотрим со следующей точки зрения: первый повторный интеграл

$$\int_a^b dx \int_c^d f(x; y) dy = \int_a^b \lim_{y \rightarrow c} F(x; y) dx - \int_a^b \lim_{y \rightarrow d} F(x; y) dx =$$

$$= \lim_{x \rightarrow b} \lim_{y \rightarrow d} \Phi_1(x; y) + \lim_{x \rightarrow a} \lim_{y \rightarrow c} \Phi_1(x; y) - \lim_{x \rightarrow b} \lim_{y \rightarrow c} \Phi_1(x; y)$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} \lim_{y \rightarrow d} \Phi_1(x; y)$$

и второй повторный интеграл

$$\begin{aligned} \int_c^d dy \int_a^b f(x; y) dx &= \int_c^d \lim_{x \rightarrow b} F(x; y) dy - \int_c^d \lim_{x \rightarrow a} F(x; y) dy = \\ &= \lim_{y \rightarrow d} \lim_{x \rightarrow b} \Phi_2(x; y) + \lim_{y \rightarrow c} \lim_{x \rightarrow a} \Phi_2(x; y) - \lim_{y \rightarrow c} \lim_{x \rightarrow b} \Phi_2(x; y) \\ &\quad - \lim_{y \rightarrow d} \lim_{x \rightarrow a} \Phi_2(x; y) \end{aligned}$$

Здесь возникает еще один вопрос: существует ли двойной интеграл и чему он равен, если повторные интегралы не равны друг другу?

Как было показано выше, понятие повторных интегралов тесно связано с понятием повторных пределов. Так же понятие двойного интеграла связано с понятием двойного предела. Значение двойного интеграла, заданного в некоторой прямоугольной области $P = [a, b; c, d]$, может быть вычислено непосредственно по следующим формулам, причем даже в случае $\Phi_1(x; y) \neq \Phi_2(x; y)$

$$\begin{aligned} \iint_{(P)} f(x; y) dP &= \lim_{x \rightarrow b} \Phi_1(x; y) + \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ y \rightarrow c}} \Phi_1(x; y) - \lim_{\substack{x \rightarrow b \\ y \rightarrow c}} \Phi_1(x; y) \\ &\quad - \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ y \rightarrow d}} \Phi_1(x; y) \\ \iint_{(P)} f(x; y) dP &= \lim_{x \rightarrow b} \Phi_2(x; y) + \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ y \rightarrow c}} \Phi_2(x; y) - \lim_{\substack{x \rightarrow b \\ y \rightarrow c}} \Phi_2(x; y) \\ &\quad - \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ y \rightarrow d}} \Phi_2(x; y) \end{aligned}$$

В частности, для абсолютно сходящихся интегралов, получаем формулу Ньютона-Лейбница для двойных интегралов

$$\iint_{(P)} f(x; y) dP = \Phi(a; b) + \Phi(a; c) - \Phi(b; c) - \Phi(a; d)$$

3) Рассмотрим двойной несобственный интеграл второго рода, сходящийся не абсолютно, заданный в области $P = [0, 1; 0, 1]$

$$\iint_{(P)} \left(\frac{x^5}{y^4} - \frac{2x^3}{y^3} \right) e^{-\frac{x^2}{y}} dP$$

Значения повторных интегралов не равны

$$I_1 = \int_0^1 dx \int_0^1 \left(\frac{x^5}{y^4} - \frac{2x^3}{y^3} \right) e^{-\frac{x^2}{y}} dy = -\frac{1}{e} + \frac{1}{2}$$

$$I_2 = \int_0^1 dy \int_0^1 \left(\frac{x^5}{y^4} - \frac{2x^3}{y^3} \right) e^{-\frac{x^2}{y}} dx = -\frac{1}{e}$$

Первообразные функции, полученные при разном порядке интегрирования равны между собой ($\Phi_1(x; y) = \Phi_2(x; y)$) и равны

$$\Phi(x; y) = \frac{e^{-\frac{x^2}{y}}(x^2 + y)}{2y}$$

Непосредственно вычисляя двойной интеграл получаем

$$\iint_{(P)} \left(\frac{x^5}{y^4} - \frac{2x^3}{y^3} \right) dP =$$

$$= -\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 1}} \frac{e^{-\frac{x^2}{y}}(x^2 + y)}{2y} - \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{e^{-\frac{x^2}{y}}(x^2 + y)}{2y} + \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 0}} \frac{e^{-\frac{x^2}{y}}(x^2 + y)}{2y} +$$

$$+ \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{e^{-\frac{x^2}{y}}(x^2 + y)}{2y} = -\frac{1}{e} - \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{e}$$

Отсюда следует, что данный двойной интеграл сходится ко второму повторному интегралу (I_2).

4) Рассмотрим двойной несобственный интеграл первого рода, сходящийся не абсолютно, заданный в области $P = [1, +\infty; 1, +\infty]$

$$\iint_{(P)} \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dP$$

Первообразные функции, полученные при разном порядке интегрирования, не равны между собой ($\Phi_1(x; y) \neq \Phi_2(x; y)$)

$$\begin{aligned} \Phi_1(x; y) &= \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \\ I_1 &= \lim_{x \rightarrow \infty} \lim_{y \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \lim_{x \rightarrow 1} \lim_{y \rightarrow 1} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \lim_{y \rightarrow 1} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \\ &\quad - \lim_{x \rightarrow 1} \lim_{y \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \\ &= \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - 0 - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} \\ I_2 &= \lim_{y \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \lim_{y \rightarrow 1} \lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \lim_{y \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \\ &\quad - \lim_{y \rightarrow 1} \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \\ &= 0 + \frac{\pi}{4} - 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4} \\ \Phi_2(x; y) &= -\operatorname{arctg} \frac{y}{x} \\ I'_1 &= -\lim_{x \rightarrow \infty} \lim_{y \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \lim_{x \rightarrow 1} \lim_{y \rightarrow 1} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \lim_{y \rightarrow 1} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \\ &\quad + \lim_{x \rightarrow 1} \lim_{y \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + 0 + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4} \\ I'_2 &= -\lim_{y \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \lim_{y \rightarrow 1} \lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \lim_{y \rightarrow \infty} \lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \\ &\quad + \lim_{y \rightarrow 1} \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = 0 - \frac{\pi}{4} + 0 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} \end{aligned}$$

$I_1 \neq I'_1$ и $I_2 \neq I'_2$ то есть оба повторных интеграла должны быть равны $\pm \frac{\pi}{4}$ одновременно, чего на деле быть не может. Из неравенства первообразных функций $\Phi_1(x; y) \neq \Phi_2(x; y)$ следует, что повторных интегралов не существует.

Вычислим значение двойного интеграла непосредственно для $\Phi_1(x; y)$

$$\begin{aligned} &\iint_{(P)} \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dP = \\ &= \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 1}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 1}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \\ &= \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \frac{\pi}{4} - 0 - \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

И для $\Phi_2(x; y)$

$$\begin{aligned} & \iint_{(P)} \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dP = \\ & = - \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 1}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 1}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \\ & = - \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \frac{\pi}{4} + 0 + \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

Интегрируемая функция кососимметрическая [1], поэтому двойной интеграл сходится к нулю. Для обеих первообразных получаем

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = \frac{\pi}{4}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{y}{x} = 1$$

И при переходе к полярным координатам

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{r \sin \varphi}{r \cos \varphi} = 1$$

$$\operatorname{tg} \varphi = 1$$

$$\varphi = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Фихтенгольцем были вычислены значения этих повторных интегралов по общему правилу для абсолютно сходящихся интегралов [4, с. 739]

$$\int_1^{\infty} dy \int_1^{\infty} \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dx = -\frac{\pi}{4}$$

$$\int_1^{\infty} dx \int_1^{\infty} \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dy = \frac{\pi}{4}$$

Эти значения им можно приписать только в качестве обобщенных значений этих интегралов.

Отметим интересный факт

$$\iint_{(P)} \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dP = \int_1^{\infty} dy \int_1^{\infty} \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dx + \\ + \int_1^{\infty} dx \int_1^{\infty} \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} dy = 0$$

Значение двойного интеграла равно сумме обобщенных значений повторных интегралов.

5) Рассмотрим двойной несобственный интеграл первого рода, сходящийся не абсолютно, заданный в области $P = [1, +\infty; 1, +\infty]$,

$$\iint_{(P)} \frac{y - x}{(x + y)^3} dP$$

Первообразные функции, полученные при разном порядке интегрирования, не равны между собой ($\Phi_1(x; y) \neq \Phi_2(x; y)$)

$$\Phi_1(x; y) = \frac{y}{x + y} \\ \Phi_2(x; y) = -\frac{x}{x + y}$$

Вычислим значение двойного интеграла непосредственно для $\Phi_1(x; y)$

$$\iint_{(P)} \frac{y - x}{(x + y)^2} dP = \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{y}{x + y} + \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 1}} \frac{y}{x + y} - \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow \infty}} \frac{y}{x + y} - \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 1}} \frac{y}{x + y} = \\ = \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{y}{x + y} + \frac{1}{2} - 1 - 0$$

Учитывая то, что интегрируемая функция кососимметрическая [1], получаем

$$\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} \frac{y}{x + y} = \frac{1}{2}$$

Отсюда, переходя к полярным координатам, для φ приходим к такому же результату

$$\varphi = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Список литературы:

1. Корнеев А.А., Дорошкевич О.А. Разложение двойных и тройных интегралов по бесконечным диагоналям // Тенденции развития естественных и математических наук: мат-лы междунар. науч.-практ. конф.: 28 апреля 2013 г.
2. Корнеев А.А., Дорошкевич О.А. Теория предельных функций // Вопросы естественных и математических наук: мат-лы междунар. науч.-практ. конф.
3. Корнеев А.А., Дорошкевич О.А. Интегралы с параметром // Вопросы естественных и математических наук: мат-лы междунар. науч.-практ. конф.
4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 т. Т. 2. — 9-е изд., стер. — СПб.: Лань, 2009. — 800 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная книга).

1.2. ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА

КОМБИНАТОРНЫЕ МЕТОДЫ: РЕКУРСИЯ И ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Броницкая Наталья Анатольевна

*канд. физ.-мат. наук, ННУ им. В.А. Сухомлинского, г. Николаев
E-mail: natbron@mail.ru*

Дармосюк Валентина Николаевна

канд. физ.-мат. наук, ННУ им. В.А. Сухомлинского, г. Николаев

Бережецкая Виктория Геннадиевна

студентка, ННУ им. В.А. Сухомлинского, г. Николаев

В связи с актуализацией и активизацией олимпиадного движения в программировании во всем мире в целом и на Украине в частности, все острее встает проблема подготовки студентов к участию в олимпиадах. Такая деятельность является основной базой для подготовки уверенного специалиста. Знание методов и способов олимпиадного программирования дает твердую основу для создания программного обеспечения. В последние годы олимпиадное движение в Украине приобрело значительные масштабы. В результате этого уровень знаний и умений студентов существенно повысился. В связи с этим в 2012 году Украина для участия во всемирной студенческой ACM олимпиаде была выделена в отдельный регион (The 2013 All-Ukrainian Collegiate Programming Contest).

С 2011 года в Николаевском национальном университете им. В.О. Сухомлинского начал функционировать научный кружок олимпиадного программирования, на котором рассматриваются классические, базовые и эвристические алгоритмы решения олимпиадных задач.

В ходе работы кружка проводятся тренировки по решению задач различных уровней сложности с использованием автоматических систем on-line проверки. Это дает возможность проконтролировать подготовку и индивидуальный рост участников, их способность

ориентироваться в ситуации и применять алгоритмы на практике. Кроме того, студенты имеют возможность ознакомиться с системами on-line проверки, которые используются на олимпиадах мирового уровня.

Одним из приоритетных направлений подготовки студентов в рамках кружка стало обучение комбинаторным методам. Использование комбинаторных методов требует уверенного знания различных алгоритмов и структур данных, а так же хороших навыков программирования. Наиболее актуальным в комбинаторных задачах является поиск и выбор оптимального решения из множества вариантов перебора и подсчета, обучение которому одновременно совершенствует и умение составления программ.

Комбинаторные методы во многом носят эвристический характер, индивидуальные как для различных классов задач, так и для отдельных задач. Причем нередко, чем более оригинальным является такой метод, тем эффективнее задача решается на ЭВМ.

Под комбинаторными методами программирования понимаем совокупность способов, средств, технологий создания программ. К ним относятся: перебор, рекурсия, динамическое программирование и перебор с отходом назад.

Хочется подробно рассмотреть именно методы динамического программирования и рекуррентных формул, так как именно с применением этих методов, и связано наибольшее количество ошибок и разногласий.

Рекуррентный подход и динамическое программирование являются полностью взаимозаменяемыми методами решения. Любую задачу, заданную рекуррентной формулой, можно решить любым из представленных методов. Поэтому, в ходе решения каждой рекуррентной задачи возникает вопрос целесообразности использования какого-либо метода. Ведь от удачного выбора зависит скорость выполнения программы, легкость ее чтения и эффективность использования ресурсов компьютера.

Рекурсивными называются функции, которые вызывают сами себя. Рекурсия позволяет очень просто (без использования циклов) программировать вычисления функций, заданных рекуррентно. Например, общеизвестна функция факториала $f(n) = n!$: $f(0) = 1$; $f(n) = n * f(n - 1)$.

Данная операция наглядно разбивает задачу на несколько меньших подзадач, решение каждой из которых приводит к решению исходной задачи. Таким образом, запущенная функция как бы «разворачивается» к решению тривиальной задачи (для факториала — случай, когда $n=1$ или $n=0$), а затем «сворачивается» в исходной.

Но мы видим, что такие действия вполне совпадают с определением метода динамического программирования. Разница лишь в «развёртывании».

Таким образом, рекурсивный метод проходит лишь необходимые узлы задачи, столько раз, сколько они встречаются. Метод динамического программирования наоборот, решает все подзадачи, даже те, которые не нужны для решения исходной задачи, но каждый узел гарантировано будет пройден только один раз.

Например, если рассматривать всем известную последовательность чисел Фибоначчи, то можно заметить, что для генерации n -ого числа, метод динамического программирования выполнит ровно n действий — непосредственно поиск каждого следующего числа ровно 1 раз. В то же время использование рекурсии требует многократного пересчета одних и тех же чисел, также не пропуская ни одного.

Наряду с этим, при поиске наибольшего общего делителя рекуррентный алгоритм имеет неплохие показатели, что связано с отсутствием повторных вызовов.

В ходе исследования была рассмотрена классическая задача-игра «Ханойская башня», которая заключается в следующем: есть три стержня, на первый из них надета пирамидка из N колец (большие кольца снизу, меньшие сверху), нужно переместить кольца на другой стержень. Разрешается переводить кольца со стержня на стержень, но класть большее кольцо поверх меньшего нельзя. Составить программу, которая генерирует последовательность необходимых действий.

Отметим, что существует, по меньшей мере, два способа решения этой задачи: рекурсивный и нерекурсивный (перебора). Рекурсивный метод в данном случае является более очевидным, однако в ходе решения становится понятно, что реализация рекуррентной формулы более оптимальна при использовании метода динамического программирования.

В статье [1] была решена задача достройки латинского квадрата по заданной прямоугольной матрице. Отметим, что в качестве метода решения был выбран перебор с отходом назад, который является действенным, однако не оптимальным. Впоследствии эта задача была решена нами методом рекуррентных формул, что позволило значительно сократить время работы программы.

Увы, рекурсия и динамическое программирование не всегда работают оптимально. Рассмотрим пример задачи, для которой есть долго работающий рекурсивный алгоритм, который нельзя существенно ускорить с помощью запоминания вычисленных значений.

Коммивояжёр ездит по городам с целью сбыта товаров разного рода. Он всегда начинает и заканчивает свой путь в одном

и том же городе. На проживание во всех городах коммерсант тратит одинаковую сумму денег. Поэтому существенна только сумма на проезд из города в город. Есть список городов и стоимость проезда между некоторыми парами из них.

Для справки, коммивояжёр — разъездной представитель торговой фирмы, предлагающий покупателям товары по имеющимся у него образцам, каталогам и тому подобное.

Задача коммивояжёра — побывать во всех городах (не менее одного раза), при этом потратить как можно меньше денег на проезд и вернуться обратно.

Формулировка задачи

- внутри города проезд ничего не стоит;
- проезд между двумя городами напрямую стоит одинаково в оба конца;
- стоимость — целое число от 1 до 10000;
- городов не более 100.

Стоимости проезда между парами городов записаны в следующем формате:

<Количество стоимостей> <Начальный город>

<Город> <Город> <Стоимость>

<Город> <Город> <Стоимость>

<Город> <Город> <Стоимость>

...

Результат записывается в следующем формате:

<Количество городов в пути>

<Город> <Город> <Город> ...

Город задаётся названием без пробела. Длина названия города не более 30 символов.

На первый взгляд, для решения такой задачи достаточно хранить самые оптимальные промежуточные пути и тогда сразу получаем динамический алгоритм. Например, рассмотрим тройки городов и для каждой тройки определим, в какой последовательности лучше всего её проходить. Затем рассмотрим все четвёрки городов. Решения для четвёрок можно найти на основе известных решений для троек и так далее. Но дело в том, что число возможных наборов k городов и n возможных очень быстро растёт. Например, 50 городов из 100 можно выбрать 100 891 344 545 564 193 334 812 497 256 способами. Таким образом, запоминать промежуточные решения нет никакой возможности — их слишком много даже для $n=100$, а на практике нужно решать задачи с $n=10^6$. Для задачи коммивояжёра на плоскости можно использовать ряд эвристических идей, которые позволяют находить приемлемые решения за разумное время. Но при этом даже

для случая точек на плоскости задача коммивояжёра остаётся полиномиально неразрешимой, то есть не существует алгоритма, который бы находил самый оптимальный путь коммивояжёра за время ограниченное полиномом $C+n^k$ произвольной степени k при любой константе C .

Таким образом, рекурсивный метод решения задач является чуть ли не базовым методом решения алгоритмических задач. Рекурсия, дополненная идеями динамического программирования, жадными алгоритмами и идеей отсечения, превращается в тяжёлую артиллерию программистов. Но не следует забывать, что краткость записи рекурсивных функций не всегда означает высокую скорость их вычисления. И есть ряд задач, в которых рекурсия просто вредна (такова, например, задача вычисления кратчайшего пути в графе).

Анализ оптимальности методов программирования показал, что невозможно обнаружить один оптимальный алгоритм решения всех комбинаторных задач, каждая задача требует индивидуального подхода. В наше время оптимизация решений сводится к логическому сокращению переборных. В ходе исследования бело подтвержден факт, что рекурсивный метод решения задач и метод динамического программирования вполне взаимозаменяемы, но такая замена не всегда рациональна.

На популярном в Украине сайте с on-line проверкой для подготовки к олимпиадному программированию e-olimp.com представлена достаточно большая подборка задач, решаемых описанными в статье методами.

Список литературы:

1. Беллман Р. Динамическое программирование. / М.: Изд-во иностранной литературы, 1960, 400 с.
2. Броницька Н.А., Дармосюк В.М., Хомічук Р., Бережецька В. Програмування комбінаторних задач на прикладі латинських квадратів // «Наукові записки. Серія: Педагогічні науки». 2012. Випуск 109.
3. Задача коммивояжёра// Википедия — свободная энциклопедия. [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: ru.wikipedia.org/wiki/Задача_коммивояжёра (дата обращения: 20.05.2013).
4. Методы программирования // Алгоритмы и методы [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: <http://algotlist.manual.ru/math/combinat/sequential.php> (дата обращения: 23.04.2013).
5. Сайт олимпиадного программирования с on-line проверкой // Список задач [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: <http://www.e-olimp.com.ua/problems> (дата обращения: 26.05.2013).

СЕКЦИЯ 2.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

2.1. СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ, УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

НЕЧЕТКИЕ КОГНИТИВНЫЕ КАРТЫ КАК СРЕДСТВО АНАЛИЗА КАЧЕСТВЕННЫХ СИСТЕМ В ДИНАМИКЕ

Саханков Игорь Александрович

студент, филиал НИУ МЭИ (ТУ) в г. Смоленске

E-mail: sakhankov@gmail.com

Федулов Александр Сергеевич

д-р техн. наук, филиал НИУ МЭИ(ТУ) в г. Смоленске

Введение

Лица, принимающее решения, испытывают трудности, когда дело касается реальных динамических систем. Такие системы состоят из большого числа динамических сущностей, взаимосвязанных, часто с наличием обратных связей, что также оказывает сильное влияние на всю систему. В работе [1, с. 31] был предложен способ представления таких систем в виде когнитивных карт с последующим анализом. Но данный способ малоприменим для анализа качественных систем, когда невозможно представить параметры в виде точных чисел. Выход стоит искать в нечеткости. Нечеткие когнитивные карты, предложенные Коска, — альтернативный подход к анализу динамических систем, но характеристики НКК ограничивают их для анализа систем, состоящих из простых симметричных казуальных отношений.

1. Нечеткие когнитивные карты, основанные на правилах

НКК, основанные на правилах, позволяют представить сложные системы в динамике с моделированием обратной связи и симуляцией внешних воздействий и их воздействий на систему [1, с. 121]. Такие

НКК представляют собой ориентированный граф, состоящий из нечетких узлов (Концептов) и нечетких связей (Отношений). Применение НКК, основанных на правилах, не ограничено представлением казуальных отношений. Такие НКК моделируют работу системы потактово: каждое следующее состояние вычисляется на основе значений предыдущего состояния. НКК, основанные на правилах, могут быть использованы для предсказания эволюции системы с течением времени. С введением механизмов, позволяющих подавлять конкретные концепты и/или отношения, когда они не оказывают влияние на данное состояние [2, с. 11], такие НКК могут стать инструментом для анализа динамики качественных систем.

2. Концепты

Концепты представляют собой сущности, которые образуют систему. В НКК, основанных на правилах, выделяют 2 вида концептов: Уровни и Изменения. Уровни представляют собой абсолютные значения концептов при данном состоянии системы. Изменения представляют собой разницу между текущим и предыдущим состояниями. Поскольку Изменения важны для нормальных отношений, а такие отношения чаще всего используются в когнитивных картах, многим системам не важны абсолютные значения концептов [2, с. 20].

3. Отношения

В НКК, основанных на правилах, отношения определяются использованием различных нечетких правил вида «если ... то». Рассмотрим отношения, реализованные в таких НКК. При появлении новых отношений должны быть разработаны нечеткие механизмы для их реализации.

При работе с когнитивными картами многие сталкиваются с проблемой: как правильно определить казуальные отношения между двумя концептами. Многие авторы считают, что такие отношения должны включать изменение. То есть изменение одного концепта должно вызвать эффект, который в свою очередь вызывает изменение другого концепта. Кроме того казуальные эффекты должны быть аккумулятивными. Другими словами, несколько эффектов накладываются, усиливая или ослабляя друг друга. Подытоживая, мы можем говорить о казуальных отношениях, когда имеем дело с Изменениями. На рисунке 1 представлен пример, какие факторы влияют на инфляцию.

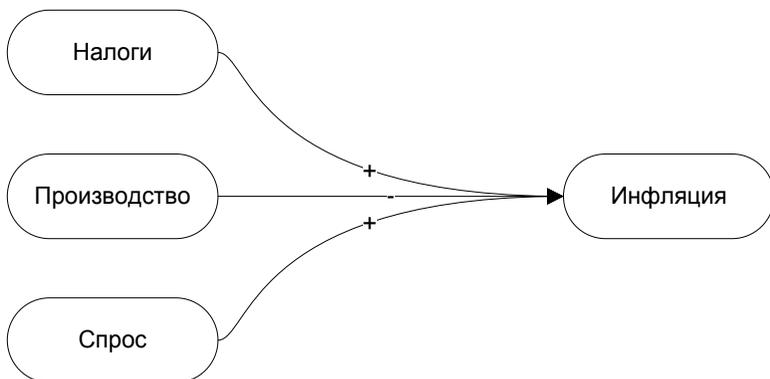


Рисунок 1. Казуальное отношение

Отношения влияния — это более общее представление казуальных отношений [3, с. 12]. Они представлены правилами вида «если ... то». Пример представлен на рисунке 2

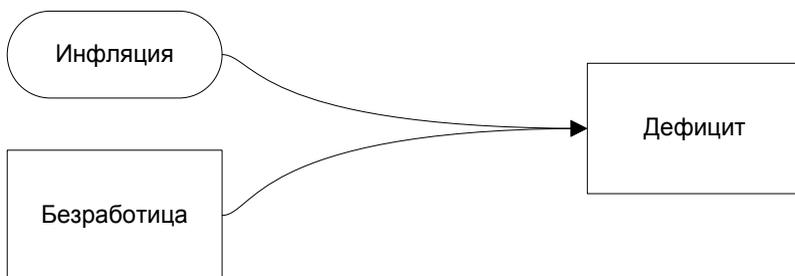


Рисунок 2. Отношение влияния

Нечеткие казуальные отношения практически не отличаются от обычных казуальных отношений, за исключением нечеткого базиса правил [4, с. 21].

В случае казуальных отношений мы абсолютно уверены, что событие произойдет. Если это не так используются стохастические отношения. Имеется некая постоянная вероятность, что событие случится. Пример представлен на рисунке 3, где показаны возможные исходы революции.

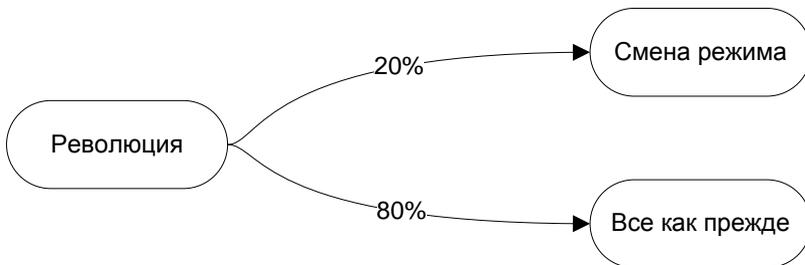


Рисунок 3. Стохастическое отношение

Иногда эта величина — не константа, а переменная, зависящая от времени. Тогда мы имеем дело со стохастической вероятностью, зависящей от времени, что позволяет моделировать ситуации, вероятность которых изменяется с течением времени.

4. НКК, основанные на правилах, и время при исследовании динамики систем

Время необходимо для изучения динамики систем. При описании математической модели время задается в явном виде в математических выражениях. В случае качественных систем, оно вводится неявно при задании правил вывода. Без знания временных особенностей функционирования системы невозможно гарантировать нормальную симуляцию. Необходимо учитывать следующие рекомендации.

Важно выбрать базовый интервал времени (БИВ) для представления каждой итерации. При определении итерации БИВ должен быть неявно задан. Правила, представляющие казуальные эффекты сильно зависят от БИВ. Следует учитывать, что чем меньше БИВ, тем более подробные и сложные должны быть правила вывода.

В НКК, основанных на правилах, разные концепты могут оперировать с временными интервалами, отличными от БИВ. То есть каждому концепту и отношению можно поставить в соответствие свой временной интервал, указывающий на какой итерации этот концепт/отношение должны быть применены [4, с. 12].

Выводы

НКК, основанные на правилах, предложены в качестве средство для анализа качественных систем в динамике. Были рассмотрены виды отношений, представлено руководство по использованию временных параметров в качественных системах.

Список литературы:

1. Axelrod R., The structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elites. Princeton University Press, 1976. — 321 с.
2. Carvahlo J.P., Tome J.A.B., Rule Based Cognitive Maps — A comparison with fuzzy Cognitive Maps//Proceedings of the NAFIPS99, 1999. — 32 с.
3. Carvahlo J.P., Mechanism for casual Relations//Proceedings of the ISFA99, 1999. — 21 с.
4. Huff A., Mapping Strategic Thought. John Wiley and Sons, 1990. 46 с.

2.2. АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ И ПРОИЗВОДСТВАМИ

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НАПОРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАСОСА

Бакаляр Николай Владимирович

*бакалавр Московского физико-технического института
(Государственного университета), г. Долгопрудный*

Тмур Антон Борисович

главный специалист ООО «Интэком», г. Москва

Юрченко Сергей Михайлович

*канд. физ.-мат. наук, Технический директор ООО «Интэком»,
г. Москва*

E-mail: kolyan89@gmail.com

Трубопроводный транспорт нефти в настоящее время является самым дешёвым видом транспорта энергоресурсов. Однако при длительном использовании трубопровод изнашивается, что может привести к нежелательным авариям и разливам нефти. Такие аварии наносят значимый ущерб окружающей среде, а ликвидация их последствий является весьма дорогостоящим процессом.

В связи с этим широкое развитие и применение получило математическое моделирование в сфере трубопроводного транспорта. Сейчас модели применяются при решении различных задач: при расчёте режимов работы трубопровода, при создании систем обнаружения утечек, при расчёте нестационарных процессов, возникающих при переходе с режима на режим и т. д.

Одной из частей задачи моделирования трубопроводной системы является моделирование работы насоса. При моделировании работы насоса очень важно использование напорной характеристики (зависимость напора H от подачи (расхода) Q), которая максимально приближена к реальной. В связи с этим возникает задача идентификации напорной характеристики на основе исторических данных о параметрах работы насоса.

Ограничимся наиболее простым режимом работы насоса — без кавитационных явлений в проточной части. Кавитация на входе в насос сказывается на собственной частоте колебаний жидкости в тракте перед насосом, а иногда и на коэффициенте усиления насоса, т. е. на отношении амплитуды колебаний давления на выходе из насоса к амплитуде на его входе.

При формировании математической модели течения жидкости в насосе пренебрегаем сжимаемостью жидкости и податливостью стенок насоса, т. к. скорость жидкости в проточной части достаточно велика. А также ограничимся наиболее простым режимом работы насоса — без кавитационных явлений в проточной части. При таких предположениях перепад давлений, создаваемый насосом, описывается многочленом:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot N^2} = A_1 + A_2 \frac{Q}{N} + A_3 \left(\frac{Q}{N} \right)^2, \quad (1)$$

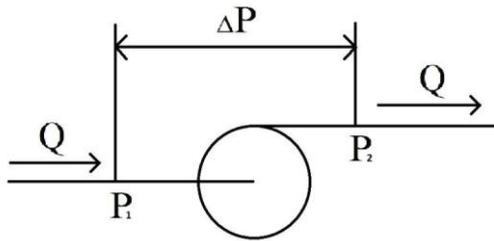


Рисунок 1. Схема центробежного насоса

где: A_1, A_2, A_3 — коэффициенты напорной характеристики насоса,
 Q — объемный расход через насос,
 N — текущее число оборотов насоса в минуту,
 p_1, p_2 — давление до насоса и за насосом соответственно.

В нашей же работе мы предположим, что напорная характеристика описывается следующим многочленом третьей степени:

$$H = a_0 + a_1 \cdot Q + a_2 \cdot Q^2 + a_3 \cdot Q^3, \quad (2)$$

где: H — напор, создаваемый насосом в M ,

Q — расход в $M^3 / ч$,

a_0, a_1, a_2, a_3 — постоянные коэффициенты.

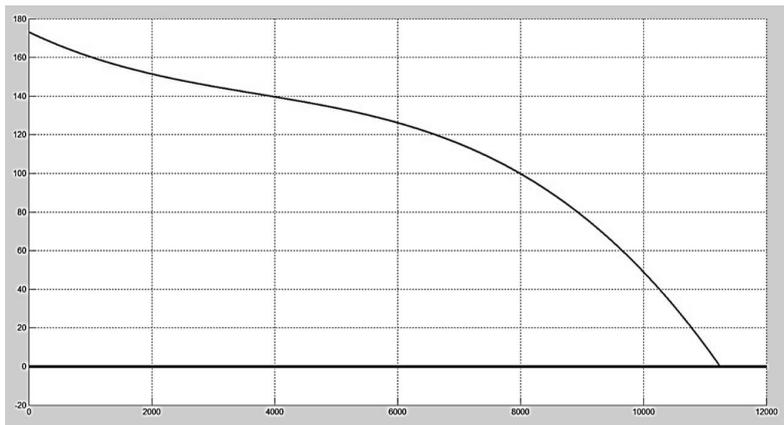


Рисунок 2. Напорная характеристика насоса

Это сделано, потому что напорная характеристика насоса, для которого получены экспериментальные данные, имеет вид, представленный на *Рисунке 2*. Из рисунка видно, что график напорной характеристики имеет точку перегиба, в которой вторая производная меняет знак. Для аппроксимации такой функции необходимо использовать многочлен как минимум третьей степени.

Исходя из предположений [4], можно получить корректировку напорной характеристики, имея единичное измерение $Q_1, \Delta H_1$. Сначала предположим, что напорная характеристика изменена только за счет изменения диаметра колеса насоса и мы имеем только одно измерение, полученное при измененной характеристике. При таком предположении [5] напорная характеристика может измениться следующим образом:

$$\frac{\Delta H}{\Delta H_1} = k^2, \frac{Q}{Q_1} = k \quad (3)$$

Здесь коэффициент k варьируется в зависимости от того, насколько изменился диаметр.

Тогда,

$$\Delta H_1 \cdot k^2 = a_0 + a_1 Q_1 \cdot k + a_2 Q_1^2 \cdot k^2 + a_3 Q_1^3 \cdot k^3 \quad (4)$$

и коэффициент k есть решение нелинейного уравнения третьей степени:

$$a_0 + a_1 Q_1 \cdot k + (a_2 Q_1^2 - \Delta H_1) \cdot k^2 + a_3 Q_1^3 \cdot k^3 = 0 \quad (5)$$

Рассчитав коэффициент k , можно получить коэффициенты новой напорной характеристики, основанной только на одном измерении

$$a_0 = a_0^{initial} / k^2; \quad (6)$$

$$a_1 = a_1^{initial} / k; \quad (7)$$

$$a_2 = a_2^{initial}; \quad (8)$$

$$a_3 = a_3^{initial} \cdot k; \quad (9)$$

Здесь верхний индекс *initial* означает коэффициенты заводской напорной характеристики, считающиеся известными.

В случае большого числа измерений для каждого i -го измерения имеем ошибку:

$$\varepsilon_i = a_0 + a_1 Q_i \cdot k + (a_2 Q_i^2 - \Delta H_i) \cdot k^2 + a_3 Q_i^3 \cdot k^3 \quad (10)$$

Тогда, для определения k воспользуемся методом наименьших квадратов. Необходимо минимизировать следующий функционал:

$$\min_k S = \min_k \sum_i (\varepsilon_i \cdot)^2 = \min_k \sum_i (a_0 + a_1 Q_i \cdot k + (a_2 Q_i^2 - \Delta H_i) \cdot k^2 + a_3 Q_i^3 \cdot k^3)^2 \quad (11)$$

Минимум такого функционала находится путем приравнивания нулю следующей производной:

$$\frac{\partial S}{\partial k} = 0 \quad (12)$$

После взятия производной, раскрытия скобок и замены величин Q_i и ΔH_i на соответствующие им безразмерные:

$$\bar{Q}_i = \frac{Q_i}{Q_{\dim}}; \bar{H}_i = \frac{\Delta H_i}{H_{\dim}} \quad (13)$$

Получаем нелинейное уравнение

$$c_0 + c_1 \cdot k + c_2 \cdot k^2 + c_3 \cdot k^3 + c_4 \cdot k^4 + c_5 \cdot k^5 = 0 \quad (14)$$

с коэффициентами

$$c_0 = a_0 a_1 Q_{\dim} \sum_i \bar{Q}_i \quad (15)$$

$$c_1 = 2a_0 a_2 Q_{\dim}^2 \sum_i \bar{Q}_i^2 - 2a_0 H_{\dim} \sum_i \bar{Q}_i + a_1^2 Q_{\dim}^2 \sum_i \bar{Q}_i^2 \quad (16)$$

$$c_2 = 3a_0 a_3 Q_{\dim}^3 \sum_i \bar{Q}_i^3 + 3a_1 a_2 Q_{\dim}^3 \sum_i \bar{Q}_i^3 - 3a_1 Q_{\dim} H_{\dim} \sum_i \bar{Q}_i \bar{H}_i \quad (17)$$

$$c_3 = 4a_1 a_3 Q_{\dim}^4 \sum_i \bar{Q}_i^4 + 2a_2^2 Q_{\dim}^4 \sum_i \bar{Q}_i^4 - \\ - 4a_2 Q_{\dim}^2 H_{\dim} \sum_i \bar{Q}_i^2 \bar{H}_i + 2H_{\dim}^2 \sum_i \bar{H}_i^2 \quad (18)$$

$$c_4 = 5a_3 \left(a_2 Q_{\dim}^5 \sum_i \bar{Q}_i^5 - Q_{\dim}^3 H_{\dim} \sum_i \bar{Q}_i^3 \bar{H}_i \right) \quad (19)$$

$$c_5 = 3a_3^2 Q_{\dim}^6 \sum_i \bar{Q}_i^6 \quad (20)$$

Введем следующие величины

$$\begin{aligned} ValQ0 &= \sum_i 1; & ValH0 &= \sum_i \frac{\Delta H_{НОМ}}{H_{\dim}}; \\ ValQ1 &= \sum_i \frac{Q_{НОМ}}{Q_{\dim}}; & ValH1 &= \sum_i \frac{\Delta H_{НОМ} \cdot Q_{НОМ}}{H_{\dim} \cdot Q_{\dim}}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
ValQ2 &= \sum_i \left(\frac{Q_{НОМ}}{Q_{\dim}} \right)^2; & ValH2 &= \sum_i \frac{\Delta H_{НОМ}}{H_{\dim}} \left(\frac{Q_{НОМ}}{Q_{\dim}} \right)^2; \\
ValQ3 &= \sum_i \left(\frac{Q_{НОМ}}{Q_{\dim}} \right)^3; & ValH3 &= \sum_i \frac{\Delta H_{НОМ}}{H_{\dim}} \left(\frac{Q_{НОМ}}{Q_{\dim}} \right)^3; \\
ValQ4 &= \sum_i \left(\frac{Q_{НОМ}}{Q_{\dim}} \right)^4; & ValH4 &= \sum_i \frac{\Delta H_{НОМ}}{H_{\dim}} \left(\frac{Q_{НОМ}}{Q_{\dim}} \right)^4; \\
ValQ5 &= \sum_i \left(\frac{Q_{НОМ}}{Q_{\dim}} \right)^5; & Hsq &= \sum_i \left(\frac{\Delta H_{НОМ}}{H_{\dim}} \right)^2; \\
ValQ6 &= \sum_i \left(\frac{Q_{НОМ}}{Q_{\dim}} \right)^6;
\end{aligned} \tag{21}$$

Тогда, используя еще одну замену $k_1 = Q_{\dim} k$, решаем нелинейное уравнение относительно k_1 :

$$\begin{aligned}
&d_0 + d_1 \cdot k_1 + d_2 \cdot k_1^2 + \\
&+ d_3 \cdot k_1^3 + d_4 \cdot k_1^4 + d_5 \cdot k_1^5 = 0,
\end{aligned} \tag{22}$$

с коэффициентами

$$d_0 = a_0 a_1 \sum_i \bar{Q}_i \tag{23}$$

$$d_1 = (2a_0 a_2 + a_1^2) ValQ2 - 2a_0 \frac{H_{\dim}}{Q_{\dim}^2} ValH0 \tag{24}$$

$$d_2 = (3a_0 a_3 + 3a_1 a_2) ValQ3 - 3a_1 \frac{H_{\dim}}{Q_{\dim}^2} ValH1 \tag{25}$$

$$d_3 = (4a_1 a_3 + 2a_2^2) ValQ4 - 4a_2 \frac{H_{\dim}}{Q_{\dim}^2} ValH2 + 2 \left(\frac{H_{\dim}}{Q_{\dim}^2} \right)^2 Hsq \tag{26}$$

$$d_4 = 5a_3 \left(a_2 \text{Val}Q5 - \frac{H_{\text{dim}}}{Q_{\text{dim}}^2} \text{Val}H3 \right) \quad (27)$$

$$d_5 = 3a_3^2 \text{Val}Q6 \quad (28)$$

Решив полученное нелинейное уравнение, находим k_1 . Затем находим k и пересчитываем коэффициенты напорной характеристики (получаем первое приближение по всем полученным данным):

$$a_0 = a_0^{\text{initial}} / k^2; \quad (29)$$

$$a_1 = a_1^{\text{initial}} / k; \quad (30)$$

$$a_2 = a_2^{\text{initial}}; \quad (31)$$

$$a_3 = a_3^{\text{initial}} \cdot k; \quad (32)$$

Верхний индекс у коэффициентов a означает: initial — заводская напорная характеристика. Далее, мы скорректируем полученное первое приближение, пользуясь Методом внутренней точки.

На данном этапе мы вводим ограничения на условия нахождения коэффициентов. Во-первых, производная функции напорной характеристики должна быть не положительной. Это необходимо для недопущения неустойчивости системы. Т.к. если допустить, что напорная характеристика может возрасти, то при увеличении напора, мы увеличиваем и расход. Исходя из этого возможно увеличение расхода до бесконечности, при увеличении напора, что физически невозможно. Чтобы устранить такую возможность введем одномерную сетку $q_m = m \cdot \Delta q$, $m = 0, 1, 2, \dots, M$ с шагом Δq и такую, что точка $q_M = M \cdot \Delta q$ совпадает с точкой пересечения напорной характеристики и оси абсцисс. В каждой точке сетки посчитаем первую производную. Она равна:

$$\left. \frac{\partial(\Delta H)}{\partial Q} \right|_{Q=q_m} = a_1 + 2a_2 q_m + 3a_3 q_m^2 \quad (33)$$

Каждая такая производная должна быть меньше либо равна нулю. Получаем первую часть матрицы ограничений:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2q_0 & 3q_0^2 \\ 0 & 1 & 2q_0 & 3q_0^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 2q_0 & 3q_0^2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{vmatrix} \leq \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{vmatrix} \quad (34)$$

Вторая часть матрицы ограничений — это ограничения, вводимые на концах напорной характеристики. Такие ограничения нужны, потому что идентификация происходит для данных, которые лежат в рабочей зоне насоса. При этом часть идентифицированной характеристики, которая соответствует нерабочей зоне насоса, может сильно расходиться с реальной. Чтобы этого не происходило, и накладываются ограничения на концы напорной характеристики. Для удобства, пусть каждое ограничение выражается следующим образом: значение напора, рассчитываемое по напорной характеристике в точке Q_i^{lim} не больше $S_i^{\text{lim}} \Delta H_i^{\text{lim}}$, если $S_i^{\text{lim}} > 0$, и не меньше $S_i^{\text{lim}} \Delta H_i^{\text{lim}}$, если $S_i^{\text{lim}} < 0$. Таким образом, каждое ограничение есть тройка чисел: Q_i^{lim} , ΔH_i^{lim} , S_i^{lim} .

Получаем вторую часть матрицы ограничений. Вся система ограничений имеет следующий вид:

$$\begin{vmatrix} S_1^{\text{lim}} & S_1^{\text{lim}} Q_1^{\text{lim}} & S_1^{\text{lim}} (Q_1^{\text{lim}})^2 & S_1^{\text{lim}} (Q_1^{\text{lim}})^3 \\ S_2^{\text{lim}} & S_2^{\text{lim}} Q_2^{\text{lim}} & S_2^{\text{lim}} (Q_2^{\text{lim}})^2 & S_2^{\text{lim}} (Q_2^{\text{lim}})^3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_N^{\text{lim}} & S_N^{\text{lim}} Q_N^{\text{lim}} & S_N^{\text{lim}} (Q_N^{\text{lim}})^2 & S_N^{\text{lim}} (Q_N^{\text{lim}})^3 \\ 0 & 1 & 2 \cdot q_0 & 3 \cdot q_0^2 \\ 0 & 1 & 2 \cdot q_1 & 3 \cdot q_1^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 2 \cdot q_M & 3 \cdot q_M^2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{vmatrix} \leq \begin{vmatrix} S_1^{\text{lim}} \Delta H_1^{\text{lim}} \\ S_2^{\text{lim}} \Delta H_2^{\text{lim}} \\ \dots \\ S_N^{\text{lim}} \Delta H_N^{\text{lim}} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{vmatrix} \quad (35)$$

В результате имеем задачу условной оптимизации вида:

$$\min_k F = \min_k \sum_i (\varepsilon_i \cdot)^2 = \min_k \sum_i (a_0 + a_1 Q_i + a_2 Q_i^2 + a_3 Q_i^3 - \Delta H_i)^2$$

при

$$\begin{pmatrix} S_1^{\lim} & S_1^{\lim} Q_1^{\lim} & S_1^{\lim} (Q_1^{\lim})^2 & S_1^{\lim} (Q_1^{\lim})^3 \\ S_2^{\lim} & S_2^{\lim} Q_2^{\lim} & S_2^{\lim} (Q_2^{\lim})^2 & S_2^{\lim} (Q_2^{\lim})^3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_N^{\lim} & S_N^{\lim} Q_N^{\lim} & S_N^{\lim} (Q_N^{\lim})^2 & S_N^{\lim} (Q_N^{\lim})^3 \\ 0 & 1 & 2 \cdot q_0 & 3 \cdot q_0^2 \\ 0 & 1 & 2 \cdot q_1 & 3 \cdot q_1^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 2 \cdot q_M & 3 \cdot q_M^2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} S_1^{\lim} \Delta H_1^{\lim} \\ S_2^{\lim} \Delta H_2^{\lim} \\ \dots \\ S_N^{\lim} \Delta H_N^{\lim} \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (36)$$

Перепишем в следующем вид:

$$F(a) \rightarrow \min, a \in A = \{a \in R^4 : g_i(a) \leq 0, i = \overline{1, r}\}. \quad (37)$$

На ее основе строится задача безусловной минимизации:

$$P(a, R) = F(a) + \Omega(R, g(a)) \rightarrow \min, a \in R^4, \quad (38)$$

где: $P(a, R)$ — расширенная функция,

$\Omega(R, g(a))$ — штрафная функция,

R — штрафной параметр.

Задача условной минимизации $F(a)$ заменяется последовательностью задач безусловной минимизации $P(a, R_{t-1})$ при $t=1,2,\dots$

При этом, исходя из заданной начальной точки $a^{[0]}$, находится

последовательность точек $a^{[1]}, a^{[2]}, \dots$, сходящаяся при определенных условиях к решению a^* исходной задачи. При минимизации расширенной функции $P(a, R_{t-1})$, $t=1, 2, \dots$, исходной (начальной) точкой является $a^{[t-1]}$, а решение задачи безусловной минимизации $P(a, R_{t-1})$ определяет точку $a^{[t]}$.

В качестве внутренней штрафной функции мы будем использовать логарифмическую штрафную функцию:

$$\Omega(R_t, g(a)) = -R_t \sum_{i=1}^r \ln(-g_i(a)). \quad (39)$$

Для вычисления R_t используется рекуррентное соотношение

$$R_t = R_{t-1}/c, \quad t=1, 2, \dots, \quad (40)$$

где $R_0 > 0$ ($R_0 = 1$), $c > 1$ ($c = 2$).

При этом на каждом шаге алгоритма, чтобы минимизировать функционал $P(a, R_{t-1})$ мы будем применять хорошо известный метод Ньютона.

Далее продемонстрированы результаты расчетов. Физические параметры исследуемой системы предоставлены ООО «Интеком». Коэффициенты заводской напорной характеристики для насоса:

$$a_0 = 173,26635518 \quad (41)$$

$$a_1 = -0,0152577 \quad (42)$$

$$a_2 = 0,00000266662325 \quad (43)$$

$$a_3 = -0,00000000023807966 \quad (44)$$

Во-первых, продемонстрируем, что по одной точке, согласно теории, наша модель определяет новые коэффициенты ($n=1$).

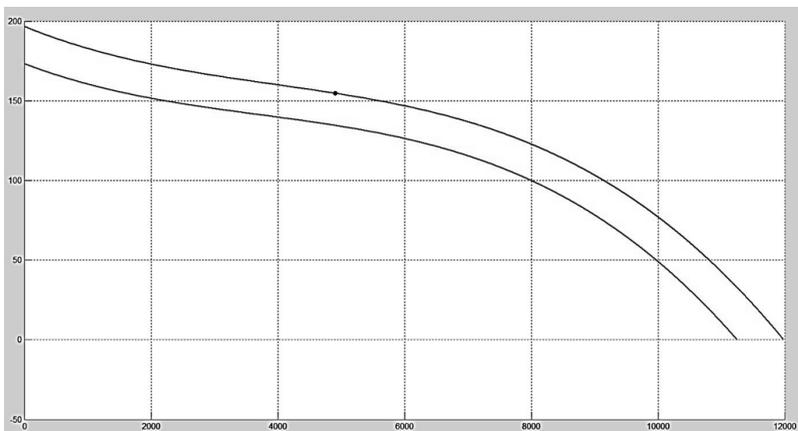


Рисунок 3. Идентификация по 1 точке

Красная линия — заводская характеристика. Синяя линия — результат идентификации. Черная точка — данные. Ось абсцисс — Расход в $m^3 / ч$. Ось ординат — Напор в m .

Возьмем 10 точек ($n=10$).

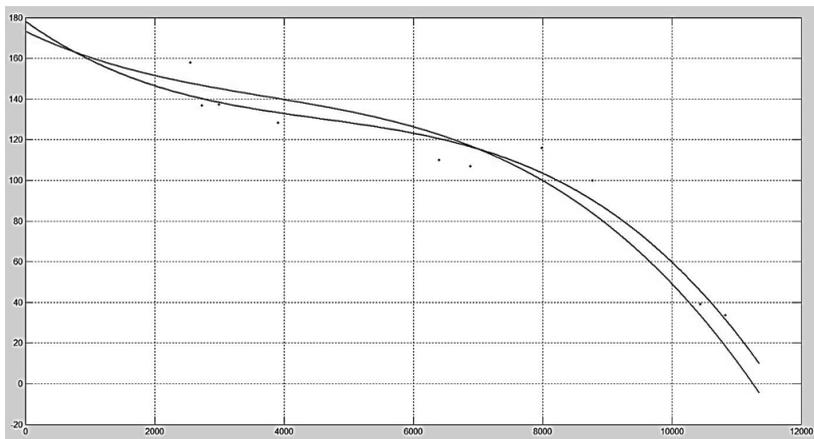


Рисунок 4. Идентификация по 10 точкам

Красная линия — заводская характеристика. Черная линия — результат идентификации. Синие точки — данные. Ось абсцисс — Расход в $M^3/ч$. Ось ординат — Напор в M .

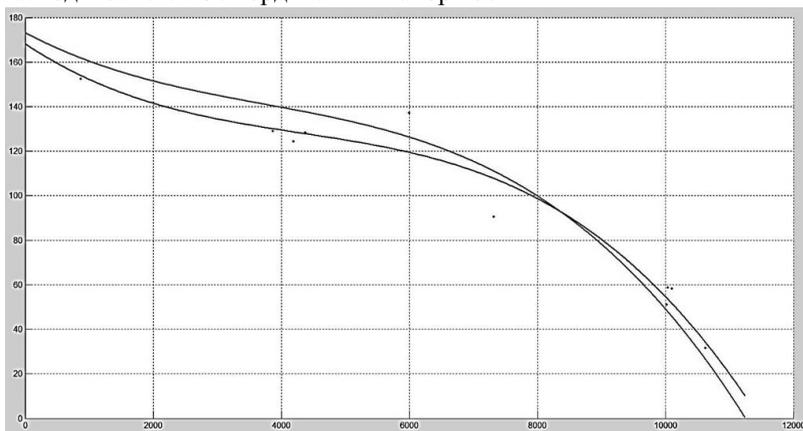


Рисунок 5. Идентификация по 10 точкам

Красная линия — заводская характеристика. Черная линия — результат идентификации. Синие точки — данные. Ось абсцисс — Расход в $M^3/ч$. Ось ординат — Напор в M .

В конце хотелось бы подвести итог проделанной работе. Мы получили следующие результаты:

1. Построен эффективный метод, позволяющий проводить идентификацию напорной характеристики насоса, который внедрен и успешно применяется на нефтепроводе ВСТО-2.

2. Данный метод позволяет учитывать кубическую форму напорной характеристики, а также накладывать ограничения в форме неравенств, как на саму функцию $H(Q)$, так и на ее производную.

3. Перспективным направлением развития данной работы является получение аналогичных оценок погрешности для идентификации эффективных диаметров, расходных характеристик заслонок регуляторов.

Список литературы:

1. Вайншток С.М. Трубопроводный транспорт нефти. т. 1 — М.: Недра, 2002 г. — 407 с.

2. Гликман Б.Ф. Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Машиностроение. 1989 г. — 296 с.
3. Гроп Д. Методы идентификации систем — М.: Мир, 1979 г. — 302 с.
4. Кузьминский Ю.Г., Шилько С.В., Вьюн В.И. Расчет гидравлических характеристик путем идентификации моделей насосных агрегатов и перекачивающих станций магистральных нефтепроводов //Механика машин, механизмов и материалов. 2008 г. — № 3 — с. 58—63.
5. Лурье М.И. Математические модели в транспорте нефти и газа — М.: РГУ нефти и газа им. Губкина, 2001 г.
6. Поляк Б.Т. Введение в оптимизацию — М.: Наука, 1983 г. — 384 с.
7. Харчистов Б.Ф. Методы оптимизации: Учебное пособие — Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2004 г. — 140 с.

**ДИАГНОСТИКА И ПОВЫШЕНИЕ
ТОЧНОСТИ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА
ЗА СЧЕТ ИНФОРМАЦИОННОЙ ИЗБЫТОЧНОСТИ
(НА ПРИМЕРЕ РЕАКТОРНОГО БЛОКА
УСТАНОВКИ КАТАЛИТИЧЕСКОГО
РИФОРМИНГА)**

Гайдамак Алексей Витальевич
магистрант УГНТУ, г. Уфа
E-mail: ven-leha@mail.ru

Веревкин Александр Павлович
д-р техн. наук, профессор, г. Уфа
E-mail: apverevkin@mail.ru

Каталитический риформинг (КР) — это процесс, технологический режим которого зависит от характеристик сырья и катализатора, водородосодержащего газа и др. параметров, не все из которых могут быть измерены или же измеряются в лабораторных условиях. Это приводит к необходимости использования в системах автоматизации управления установками опыта экспертов. На технологический процесс накладываются жесткие ограничения на значения температуры, концентраций и давлений в аппаратах реакторного блока

(РБ), которые необходимы для получения заданных показателей качества (ПК) выпускаемой продукции.

Важным аспектом является не только контроль за состоянием самого процесса, но и диагностика исправности измерительного оборудования, достоверность данных, получаемых с него. Это приводит к необходимости использования систем диагностики исправности информационно-измерительных каналов как составляющих комплексной системы автоматизации.

При управлении сложным технологическим объектом практически нельзя обойтись без моделирования процессов работы установки. Поскольку формальные модели оценивают ПК на основе измерения технологических параметров, возможные погрешности измерений могут привести к неоднозначности, нефизичности оценки показателей. В связи с этим возникает необходимость диагностики исправности измерительных каналов и обеспечения условий сохранения адекватности моделей, например, на основе контроля диапазонов варьирования переменных [1, 2].

Целью настоящей работы является создание методов моделирования РБ установки КР, позволяющих:

- повысить точность оценки по моделям;
- диагностировать исправность датчиков и информационно-измерительных каналов.

Для достижения поставленной цели были сформулированы и решены следующие задачи:

- провести анализ предпочтительности базиса для моделирования реакторных процессов, разработать модели для решения задач повышения точности и диагностического инструментария;
- разработать методику диагностики достоверности данных при моделировании;
- разработать метод диагностических процедур идентификации исправности датчиков и информационно-измерительных каналов системы управления (для измерения Т-реакторов).
- разработать метод моделирования РБ установки КР с повышением точности оценки по моделям на основе использования информационной избыточности.

За исходные данные для проведения работы были взяты значения температуры, давления в реакторах блока КР, расход подаваемого сырья, дихлорэтана, а так же температуры начала кипения, выкипания 10 %, 50 % и октановые числа продукта на интервале от 22.09.2011 по 09.07.2012.

Для моделирования реакторных процессов предпочтительнее использовать обратные модели — это обычно формальные модели типа «черный» или «серый» ящик. По сути своей такие модели являются диагностическими и вероятностными, поскольку получаются на основе статистической информации о входах-выходах объекта и эвристических знаний о закономерностях процессов в объекте. В силу того, что исходные данные, по большей части, имеют статистический характер, в данном исследовании моделирование РБ базируется на уравнениях регрессии. Расчёт по ним проводится за существенно меньшее время, адаптация таких моделей под конкретный процесс дешевле и быстрее [1, 6].

На первоначальном этапе исследования был проведен анализ исходных данных, в ходе которого были выявлены закономерности для дальнейшего моделирования:

- характер изменения температур на входах реакторов (рисунок 1) практически не изменяется, что позволяет в расчетах заменить эти температуры одним усредненным значением — $T_{вх}$;

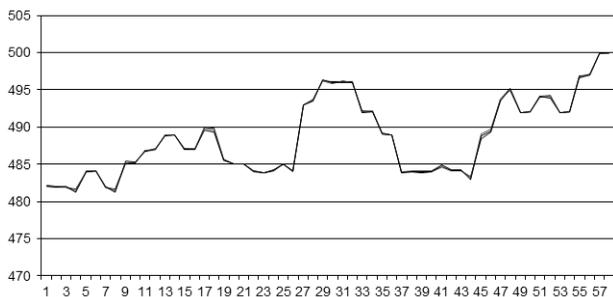


Рисунок 1. Температуры на входах реакторов

- температуры на выходах реакторов различаются по величине, но по характеру поведения подобны друг другу (рисунок 2), поэтому в рассмотрение вводится и средняя температура по выходам — $T_{вых}$;

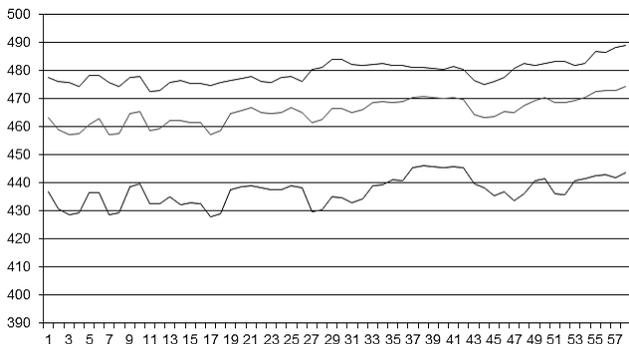


Рисунок 2. Температуры на выходах реакторов:
нижняя кривая — для P2, средняя — P3, верхняя — P4

- так же давления на входах и выходах реакторов отличаются по величине, но близки по характеру поведения (рисунок 3), поэтому вводится среднее давление в реакторах — P_{ср}.

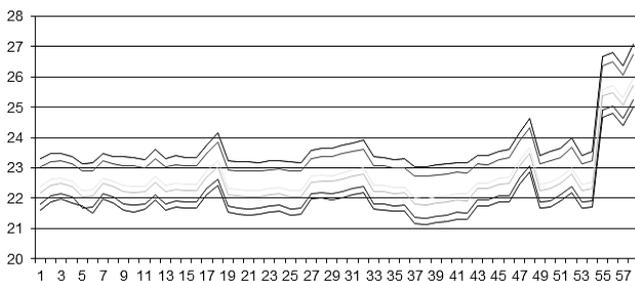


Рисунок 3. Давления на входах и выходах реакторов

Один из методов диагностирования исправности измерительных каналов основан на использовании избыточного числа моделей для вычисления ПК, для реакторного блока установки риформинга — это значение октанового числа (ОЧ) бензина. Набор моделей в виде уравнений регрессии полиномиального типа для расчета ОЧ может быть получен для различных зон реакторов на множествах технологических параметров, часть из которых одинаковые, а часть различны.

Регрессионные модели имеют следующий вид:

- $ОЧ_1 = F(T_{вх.}; FQ)$, $FQ = \{F_{бенз.сГО4}; F_{гидроген.поток1}; F_{гидроген.поток2}; F_{катализата}; F_{дхэ}; P_{ср.}; T_{нк.катализата}; T_{нк.гидрогениз}\}$;

- $ОЧ_2 = F(T_{вых.}; FQ)$;

- $ОЧ_3 = F$ (Тсекц.1-1; FQ);
 - $ОЧ_4 = F$ (Тсекц.1-2; FQ);
 - $ОЧ_5 = F$ (Тсекц.1-3; FQ);
 - $ОЧ_6 = F$ (Тсекц.2-1; FQ);
 - $ОЧ_7 = F$ (Тсекц.2-2; FQ);
 - $ОЧ_8 = F$ (Тсекц.2-3; FQ);
 - $ОЧ_9 = F$ (Твх.; Твых.; Тсекц.1-1; Тсекц.1-2; Тсекц.1-3; Тсекц.2-1; Тсекц.2-2; Тсекц.2-3; Fбенз.с ГО-4;Fкатализата;Fдхэ;Pcp.).
- Уравнение регрессии в общем виде:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1 \dots n, \quad (1)$$

где: ε_i — некоррелированные случайные величины.

Коэффициенты регрессии β , стоящие перед входными параметрами в моделях (Твх.; Твых.; Тсекц.1-1; Тсекц.1-2; Тсекц.1-3; Тсекц.2-1; Тсекц.2-2; Тсекц.2-3), должны быть достаточно велики. Это объясняется тем, что при изменении значений температур (более 400°C) РБ, влияние малых коэффициентов на результат (ОЧ) будет незначительно и информационная значимость таких моделей будет соответственно мала.

Методика диагностики достоверности данных при моделировании реализуется при помощи статистики и регрессионного анализа, проводимого по полученным моделям.

Для соотношения (1) удобно использовать запись в матричной форме:

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad (2)$$

Строится оценка коэффициентов регрессии $\hat{\beta}$ для вектора β так, чтобы вектор оценок $\hat{Y} = X\hat{\beta}$ зависимой переменной минимально (в смысле квадрата нормы разности) отличался от вектора Y заданных значений.

Решением является (если ранг матрицы X равен $k + 1$) оценка:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y, \quad (3)$$

которая используется при моделировании вместо коэффициентов корреляции β .

Далее получаем коэффициент детерминации:

$$R^2 = \frac{R_{SS}}{T_{SS}} = 1 - \frac{E_{SS}}{T_{SS}} = 1 - \frac{\|Y - \hat{Y}\|^2}{\|Y - \bar{Y}\|^2}. \quad (4)$$

Коэффициент R^2 показывает качество подгонки регрессионной модели к наблюдаемым значениям y_i . Если $R^2 = 0$, то регрессия Y на x_1, \dots, x_k не улучшает качество предсказания. Другой крайний случай $R^2 = 1$ означает точную подгонку: все $e_i = 0$, т.е. все точки наблюдений лежат на регрессионной плоскости.

Проводится проверка гипотезы о нулевых значениях коэффициентов регрессии. Для проверки гипотезы H_0 об отсутствии какой бы то ни было линейной связи между y и совокупностью факторов, $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$, т.е. об одновременном равенстве нулю всех коэффициентов, кроме коэффициента β_0 при константе, используется статистика,

$$F = \frac{R^2/k}{(1 - R^2)/(n - k - 1)} = \frac{R_{SS}}{E_{SS}} \cdot \frac{(n - k - 1)}{k} = \frac{\sum_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2 / k}{\sum_i e_i^2 / (n - k - 1)}, \quad (5)$$

если H_0 верна, по закону Фишера с k и $n - k - 1$ степенями свободы. H_0 отклоняется, если:

$$F > F_\alpha(k, n - k - 1), \quad (6)$$

где: F_α — квантиль уровня $1 - \alpha$.

Чему должно соответствовать малое значение уровня значимости $p < 10^{-6}$.

В совокупности, по результатам изложенного выше анализа, исследуемые модели могут получить право быть диагностирующими, и в свою очередь использоваться как диагностический инструмент исправности средств измерений [2, 3].

Метод диагностических процедур идентификации исправности датчиков и информационно-измерительных каналов системы управления (для измерения Т реакторов) реализован на основе корреляционного анализа и полученных в ходе его коэффициентов корреляции.

При этом должна быть обеспечена достоверность данных при моделировании.

Корреляционный анализ состоит в определении степени связи между двумя величинами X и Y. Коэффициент корреляции — характеризует степень линейной взаимосвязи между двумя выборками, рассчитывается по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (7)$$

Коэффициент корреляции изменяется от -1 (строгая обратная линейная зависимость) до 1 (строгая прямая пропорциональная зависимость). При значении 0 линейной зависимости между двумя выборками нет [4].

Значения входной и выходной температур в одних моделях и температуры на срезах реакторов в других моделях имеют очень близкие значения коэффициентов корреляции с ОЧ и сильно коррелируют друг с другом (таблица 1).

Таблица 1.

Коэффициенты корреляции температур реакторов

	Твх.	Твых.	Т1-1	Т1-2	Т1-3	Т2-1	Т2-2	Т2-3
Твх.	1,0000	-0,1223	0,9924	0,1810	0,0311	0,9859	0,2617	-0,1208
Твых.	-0,1223	1,0000	-0,1043	0,9302	0,9754	0,0108	0,8969	0,9950
Т1-1	0,9924	-0,1043	1,0000	0,1907	0,0444	0,9897	0,2683	-0,1041
Т1-2	0,1810	0,9302	0,1907	1,0000	0,9861	0,3153	0,9952	0,9359
Т1-3	0,0311	0,9754	0,0444	0,9861	1,0000	0,1687	0,9673	0,9801
Т2-1	0,9859	0,0108	0,9897	0,3153	0,1687	1,0000	0,3913	0,0148
Т2-2	0,2617	0,8969	0,2683	0,9952	0,9673	0,3913	1,0000	0,9033
Т2-3	-0,1208	0,9950	-0,1041	0,9359	0,9801	0,0148	0,9033	1,0000

Данная зависимость позволяет использовать полученные коэффициенты, к примеру, по алгоритму голосования, для диагностики измерительных каналов, сгруппировав модели следующим образом:

- модели 1, 3, 6 для проверки исправности Твх., Тсекц.1-1, Тсекц.2-1;

- модели 2, 5, 8 для проверки исправности Твх., Тсекц.1-3, Тсекц.2-3;

- модели 4 и 7 для проверки исправности Тсекц.1-2, Тсекц.2-2.

Для диагностирования исправности средств измерений температуры, к примеру на входе в реактор, возможно рассчитать среднеквадратическую ошибку (СКО) относительно верхних срезов реактора:

$$\sigma_{Твх1}^2 = \sqrt{(r_{Твх} - r_{Тсекц.1-1})^2}, \sigma_{Твх2}^2 = \sqrt{(r_{Твх} - r_{Тсекц.2-1})^2}. \quad (8)$$

Нормальная работа измерительного оборудования будет обусловлена коэффициентами корреляции, которые остаются в заданном, близком друг к другу диапазоне $r_{Твх}, r_{Тсекц.1-1}, r_{Тсекц.2-1} = \{1; 0,99; 0,98\}$, и СКО $\sigma_{Твх1}^2, \sigma_{Твх2}^2$, которое не будет превышать и 2 % в данном примере. По такому же принципу возможна проверка всех остальных взаимопроверяемых параметров [8].

Полученные модели могут использоваться как для целей диагностики, так и для повышения точности прогнозирования ОЧ за счет использования различных инструментов верификации вычисленных значений.

Основой верификации являются классические методы проверки статистических гипотез и использования частотной логики [7].

Для реализации метода моделирования РБ установки КР с повышением точности оценки используются результирующие данные моделей (ОЧ). Которые группируются по временным срезам (всего 30, даты проведения лабораторных измерений) и разбиваются на две выборки — «обучающую» (20 временных срезов) и «тестирующую» (10 временных срезов соответственно). По их результатам строится одна эквивалентная модель с улучшенной точностью.

Цель применения независимой тестовой выборки — проверить, как обученная модель будет работать с новыми данными, т. е. приобрела ли она способность к обобщению.

В ходе построения обучающей и тестирующей выборок были найдены СКО относительно результата лабораторного измерения ОЧ и результатов полученных при моделировании. Построение обучающей выборки было обусловлено только нормированной СКО, которая рассчитывалась для каждой модели (всего 9) во всех временных срезах:

$$\sigma_{M_k.cpi}^2 = \sqrt{(OЧ_{M_k.cpi} - OЧ_{изм.cpi})^2}, \quad (9)$$

$$\sigma_{нр.M_k.cpi}^2 = \frac{\sigma_{M_k.cpi}^2}{\sum \sigma_{M_k.cpi}^2}, i = 1 \dots 20, k = 1 \dots 9, \sigma_{нр.M_k.cpi}^2 \in [0; 1]. \quad (10)$$

В результате полученная обучающая модель имеет вид:

$$OЧ_{обуч.cpi} = \frac{OЧ_{M_1} \cdot \sigma_{нр.M_1.cpi}^2 + OЧ_{M_2} \cdot \sigma_{нр.M_2.cpi}^2 + \dots + OЧ_{M_{k+1}} \cdot \sigma_{нр.M_{k+1}.cpi}^2}{\sigma_{нр.M_1.cpi}^2 + \sigma_{нр.M_1.cpi}^2 + \dots + \sigma_{нр.M_{k+1}.cpi}^2}. \quad (11)$$

Для построения независимых от результата измерения тестовых выборок применяется два подхода к их получению:

- в первом, тестовые выборки были получены путем «взвешивания» полученной ранее нормальной СКО. Данный подход позволяет использовать независимые от измерений весовые коэффициенты, отражающие отношение к лабораторному результату, чему соответствует убывающая ошибка и возрастающая величина весового коэффициента (и наоборот — ошибка возрастает, уменьшается вес).

Полученная эквивалентная модель с улучшенной точностью имеет следующий вид:

$$\alpha_{вес.M_k.cpi} = \frac{1 - \sigma_{нр.M_k.cpi}^2}{8}, i = 1 \dots 10, k = 1 \dots 9, \alpha_{вес.M_k.cpi} \in [0; 1]; \quad (12)$$

$$= \frac{OЧ_{тс1.cpi}}{OЧ_{M_1} \cdot \alpha_{вес.M_1.cpi} + OЧ_{M_2} \cdot \alpha_{вес.M_2.cpi} + \dots + OЧ_{M_{k+1}} \cdot \alpha_{вес.M_{k+1}.cpi}}. \quad (11)$$

- во втором, тестовые выборки получаются путем распределения «рейтинга» ($\alpha_{рейтинг} \in [1; 10]$) среди моделей, по принципу — наиболее точная имеет больший рейтинг (и наоборот — менее точная, меньший).

Полученная эквивалентная модель с улучшенной точностью имеет следующий вид:

$$\alpha_{\text{рг.мк.срi}} = \frac{\alpha_{\text{рейтинг.мк.срi}}}{\sum \alpha_{\text{рейтинг.мк.срi}}}, i = 1 \dots 10, k = 1 \dots 9, \alpha_{\text{рг.мк.срi}} \in [0; 1]; \quad (14)$$

$$OЧ_{\text{тс2.срi}} = \frac{OЧ_{\text{м1}} \cdot \alpha_{\text{рг.м1.срi}} + OЧ_{\text{м2}} \cdot \alpha_{\text{рг.м2.срi}} + \dots + OЧ_{\text{мк+1}} \cdot \alpha_{\text{рг.мк+1.срi}}}{\alpha_{\text{рг.м1.срi}} + \alpha_{\text{рг.м2.срi}} + \dots + \alpha_{\text{рг.мк+1.срi}}}. \quad (15)$$

Результатом аппроксимации применения данного метода стало увеличение точности относительно самой лучшей, из полученных ранее моделей, при первом подходе — на 3 %, а в среднем на 6,3 %. Применяя второй подход при моделировании, результаты следующие — относительно лучшей, точность была повышена на 5,3 % и в среднем на 8,5 % (рисунок 4) [2, 3].

В работе рассматриваются технические и алгоритмические аспекты решения задач получения моделей, разработки диагностических процедур и методов уточнения вычисленных значений ОЧ.

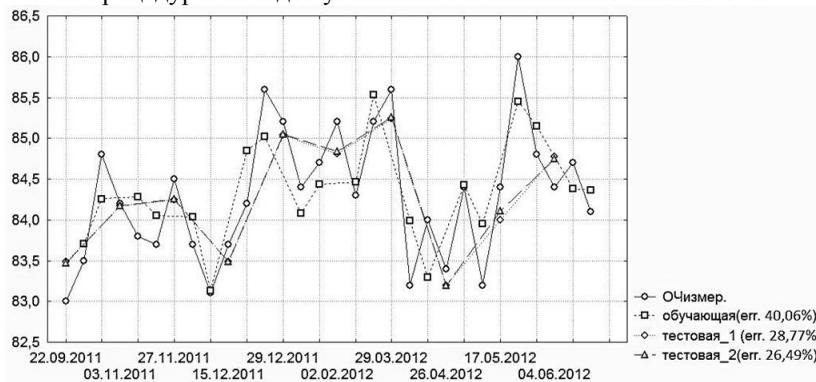


Рисунок 4. Результаты аппроксимации обучающей и тестовых моделей

Список литературы:

1. Ахметов С.А., Ишмияров М.Х., Веревкин А.П. и др. Технология, экономика и автоматизация процессов переработки нефти и газа: учеб. пособие. М.: Химия, 2005. 736 с.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике М.: Высш. школа, 1979, 400 стр.
3. Гмурман В. Е. Тория Вероятностей и Математическая Статистика 9-е изд., стер. — М.: Высшая школа, 2003. — 479 с.
4. Горицкий Ю.А., Перцов Е.Е. Практикум по статистике с пакетами StatGraphics, Statistica, SPSS.

5. Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Грун Г., Нойманн В. Обеспечение и методы оптимизации надежности химических и нефтеперерабатывающих производств. М.: Химия, 1987. 272 с.
6. Куликов Г.Г., Брейкин Т.В., Камалова Л.З. Интеллектуальные информационные системы: Учеб. Пособие/ уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. — Уфа, 1999. — 129 с.
7. Зверев Г.Н. Частотная логика — альтернатива классической логики в новых информационных.
8. Логические аппроксимации, лапласовы оценки и корреляционная логика Журн. «Информационные технологии» № 2, 1999. — С. 35—40.

2.3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ, КОМПЛЕКСЫ И КОМПЬЮТЕРНЫЕ СЕТИ

ТИПОВАЯ ЛАБОРАТОРИЯ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ АРХИТЕКТУРЫ СЕТЕЙ И СИСТЕМ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

Есенгалиев Бауыржан Гибатович

магистрант, СГТУ, г. Саратов

E-mail: esengalievb@gmail.com

Гельбух Сергей Сергеевич

канд. физ.-мат. наук, доцент СГТУ, г. Саратов

E-mail: serge@sstu.ru

Повышение качества обучения за счет активного и эффективного использования унифицированного оборудования в университете, реализующем программу стратегического развития, поддержанную Министерством образования и науки РФ, является важной и актуальной проблемой. Эта программа позволит создать научно-образовательный инновационный комплекс, соответствующий приоритетам национального развития и обеспечит непрерывную многоступенчатую подготовку высококвалифицированных специалистов, которые будут конкурентоспособны на мировом рынке. Также способствует формированию инновационных компетенций у выпускников ВУЗа и специалистов.

В рамках комплексной программы развития СГТУ имени Гагарина Ю.А. формулируется комплекс взаимосвязанных задач (модернизация учебной лабораторной базы, оснащение межфакультетских и межфакультетских учебно-исследовательских лабораторий и центров), определяемых общей стратегической целью по созданию на базе СГТУ современного университета исследовательского типа, в котором образовательная деятельность тесно связана с развитием фундаментальной и прикладной науки, а научные разработки включены в процесс производства и распространения инноваций.

Исходя из вышеизложенного, целью нашей работы являлось проектирование локальной вычислительной сети межфакультетской лаборатории сетевых технологий и телекоммуникаций в Саратовском Государственном техническом университете имени Ю.А. Гагарина (СГТУ) в соответствии с нормами ГОСТ [1, 2], и описание спроектированной горизонтальной подсистемы.

Лаборатория сетей и систем телекоммуникации обеспечит организацию учебного процесса с использованием средств вычислительной техники и информационно-телекоммуникационных технологий.

Реализация предложенного проекта в ВУЗе позволит студентам реально посмотреть и изучить на практике, как работают и организуются сетевые технологии в современных крупных компаниях на сегодняшний день. Сеть в сетевых лабораториях является безусловной практикой и закреплением навыков у студентов ВУЗа, которые обучаются сетевым технологиям.

Для достижения этой цели были определены следующие задачи:

- изучить требования к проектной документации и проектированию;
- произвести обзор аппаратных средств используемых для разработки локальной сети межфакультетской лаборатории;
- осуществить проектирование схемы прокладки кабеля;
- произвести выбор сетевого оборудования, кабельной системы.

Было проработано техническое задание, а также рабочий проект с подробной схемой. Техническое задание представляет из себя построение структурированной кабельной системы (СКС), предназначенная для оснащения учебной лаборатории сетевых и телекоммуникационных технологий второго корпуса СГТУ компьютерной сетью и соединения ее с уже существующей лабораторией в первом корпусе СГТУ.

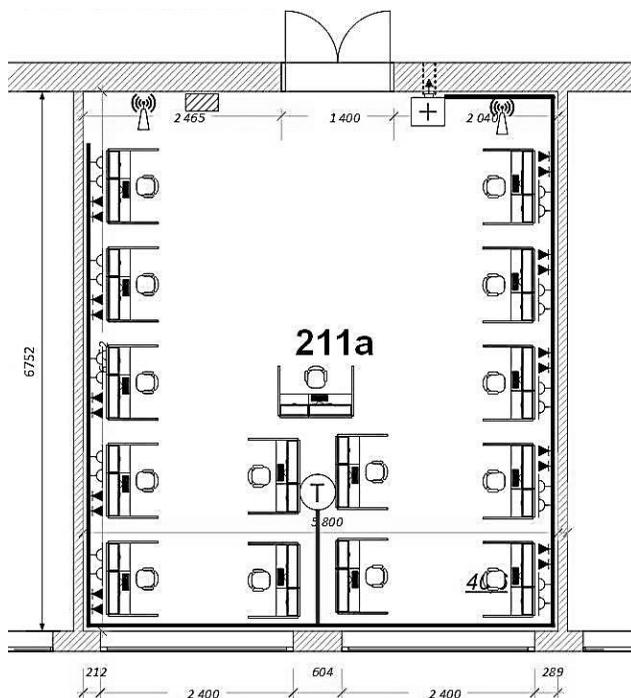
При проектировании сети учитывали тот факт, что в лаборатории сетевых технологий планируется проведение лабораторных занятий.

Лабораторию необходимо оснастить как вычислительной техникой, так и сетевым оборудованием, включая коммутаторы, маршрутизаторы, точки беспроводного доступа и радиointерфейсы в компьютерах, серверы сетевых служб.

Предполагается, что лаборатория сетевых технологий оптимально может состоять из пятнадцати рабочих мест. Это место взаимодействия пользователя с телекоммуникационным оборудованием [2, с. 42]. Типовое рабочее место должно состоять из абонентских розеток типа RJ45, предназначенных для подключения пользовательского оборудования: компьютера и т. д. Типовой состав информационных розеток на одно рабочее место 2xRJ45.

Проектом предусмотрено, что каждое рабочее место оборудовано двухмодульной розеткой RJ45 категории 6 и двумя штепсельными розетками СЭС.

Информационные и электрические розетки десяти рабочих мест монтируются в крышку кабель-канала вдоль стены, как это показано на рисунке 1 (структурная схема СКС). А вот розетки СКС и СЭС пяти рабочих мест устанавливаются в напольную колонну высотой до 80 см.



Условно-графические обозначения:

- ⊕ - Напольная колонна (10 Силовых розеток и 10 коммутационных розеток RJ-45)
- ▣ - Коммутационная розетка RJ-45
- ▤ - Розетка силовая 220V 16A
- ▥ - Распределительный щиток
- ▧ - Монтажный настенный шкаф
- ▨ - Кабель-канал пластиковый проложенный горизонтально
- ▩ - Напольный кабель-канал
- ⬆ - Кабель-канал пластиковый проложенный вертикально
- ⬆ - Беспроводная точка доступа
- ⋮ - Проход кабелей через стену выполнить в отдельном пробитом отверстии d32

Примечание: Телекоммуникационный шкаф установить в лаборатории 211а, на высоте 2 м от уровня пола, питание осуществить от электрощита.

Рисунок 1. Структурная схема СКС

Кабельные трассы организуются по настенным кабель-каналам с перегородкой, раздельно прокладываются электрические и сетевые кабели.

Информационные и электрические розетки монтируются в крышку кабель-канала. Кабель укладывается в кабель-канал размером 160*100 мм. Высота установки телекоммуникационных розеток — 800 мм над уровнем чистого пола.

Горизонтальная кабельная подсистема соединяет информационную розетку на рабочем месте с горизонтальным кроссом, расположенным в телекоммуникационном шкафу [2, с. 5].

Горизонтальная подсистема СКС в проекте строится на основе неэкранированных 4-парных кабелей категорий 6, проложенных по два горизонтальных кабеля к каждому блоку розеток на рабочем месте. Все горизонтальные кабели подсистемы не превышают 90 метров [2, с. 28] на промежутке от информационной розетки на рабочем месте до горизонтального кросса, установленным в стандартном 19" монтажном шкафу.

Каждое рабочее место проводится в телекоммуникационный шкаф и производится разделка кабеля на коммутационную панель кросса, в соответствии с требованиями стандартов и действующей нормативно-технической документации.

Горизонтальная кабельная система имеет топологическую конфигурацию «звезда». В горизонтальных кабелях не допускаются разрывы.

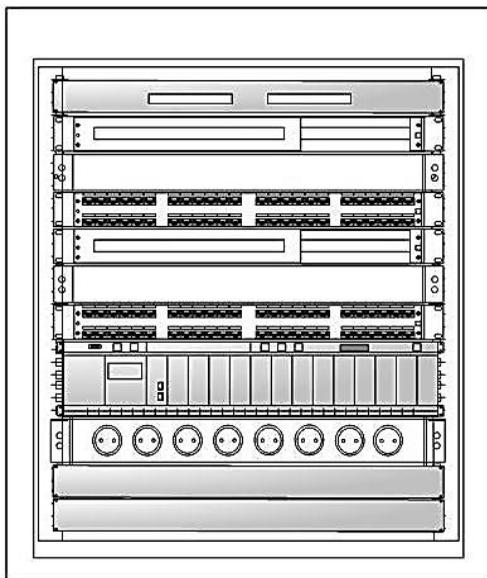
В лаборатории сетевых технологий установлен 19" монтажный настенный шкаф высотой 12 юнитов (12 U) [4, с. 280], глубиной 80 сантиметров, на высоте 200 сантиметров от уровня пола и питание осуществляется от электрощита, расположенный также в лабораторий.

Коммутационный шкаф — это область, где собираются линии горизонтальной кабельной проводки, размещается коммутационное оборудование [3, с. 204]. Этот телекоммуникационный узел состоит из двух патч-панелей, высотой в 1 юнит и по 24 порта RJ-45, категорий 6 в каждой.

Также в шкафу имеется оптический кросс, высотой в 1 юнит, соединяющий лаборатории сетевых технологий, конвертер, два органайзера, служащие для упорядоченной укладки излишек шнуров и перемычек и два сетевых коммутатора для коммутации. Кроме того, в настенный шкаф установлен блок розеток, высотой в 1 юнит, где общее количество розеток СЭС в ней восемь. Кабели СЭС от розеток из монтажного шкафа идут в групповой щиток.

В лабораторий, в каждом верхнем углу установлены четыре беспроводных точки доступа. Для управления, на каждую беспроводную точку проводится по два горизонтальных кабеля с коммутационного настенного шкафа. Расположение оборудования в коммутационном шкафу показана на рисунке 2.

Соединение лабораторий с внешней сетью осуществляется за счет проведения магистральных (вертикальных) кабеля типа «витая пара» категорий 6 в узел коммутации этажа в коридоре.



- 1U - Оптический кросс
- 1U - Коммутатор
- 1U - Кабельный органайзер
- 1U - Патч-панель, 19", 24xRJ-45,
UTP, категорий 6
- 1U - Коммутатор
- 1U - Кабельный органайзер
- 1U - Патч-панель, 19", 24xRJ-45,
UTP, категорий 6
- 2U - Маршрутизатор
- 1U - блок розеток СЭС, 8 шт

Рисунок 2. Схема расположения оборудования СКС в телекоммуникационном шкафу

Таким образом, изложенная в данной работе лабораторная база сетевых технологий и телекоммуникаций в ВУЗе позволит осуществить проекты по разработке прикладных средств информационной среды, проводить лекционные и лабораторные занятия с использованием оборудования сетевых технологий, кроме того позволит студентам ВУЗа ознакомиться и изучить на практике, как работают и организуются сетевые технологии на современном этапе.

Предложенная лабораторная сеть будет полезной практикой для закрепления навыков у студентов ВУЗа, которые обучаются сетевым технологиям.

Список литературы:

1. ГОСТ Р 53245-2008. Системы кабельные структурированные. Монтаж основных узлов системы. Методы испытания. — Введ. 2008—12—25. — М.: Стандартинформ, 2009. — I.
2. ГОСТ Р 53246-2008. Системы кабельные структурированные. Проектирование основных узлов системы. Общие требования. — Введ. 2008—12—25. — М.: Стандартинформ, 2009. — I.

3. Семенов А.Б. Структурированные кабельные системы: учеб. / А.Б. Семенов, С.К. Стрижаков, И.Р. Сунчелей. — 2-е изд. — М.: Компания АйТи, ДМК Пресс, 1999. — 456 с.
4. Семенов А.Б. Структурированные кабельные системы: учеб. / А.Б. Семенов, С.К. Стрижаков, И.Р. Сунчелей. — 5-е изд. — М.: Компания АйТи, ДМК Пресс, 2008. — 641 с.
5. Cisco Academy. Routing Protocols and Concepts. [Электронный ресурс]. — Режим доступа. — URL: <http://cisco.netacad.net> (дата обращения: 04.03.2013).

2.4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

САМОСОГЛАСОВАННАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАМАГНИЧИВАНИЯ ЗВУКОПРОВОДА ДВУХКООРДИНАТНОГО МАГНИТОСТРИКЦИОННОГО НАКЛОНОМЕРА НА УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛНАХ КРУЧЕНИЯ

Воронцов Александр Анатольевич

аспирант кафедры «Физика», ПГТУ, г. Пенза

E-mail: Aleksander.Vorontsov@gmail.com

Слесарев Юрий Николаевич

д-р техн. наук, профессор кафедры «Автоматизации и управления»,

ПГТУ, г. Пенза

E-mail: SlesarevUN@gmail.com

Ермолаев Николай Александрович

канд. техн. наук, доцент кафедры «Информационные технологии

и системы» ПГТУ, г. Пенза

E-mail: ladodent46@mail.ru

Метод самосогласованного динамического моделирования (СДМ) получил широкое распространение для моделирования записи информации на ферромагнитных носителях посредством приложения локального магнитного поля, создаваемого например магнитной головкой.

Некоторые общие положения данной методики могут быть применены и для моделирования намагничивания звукопровода в двухкоординатных магнитострикционных наклонмерах (ДМН) на ультразвуковых волнах кручения с учетом особенностей физики перемагничивания круговым полем, методик определения магнитных полей и моделей перемагничивания материала звукопровода.

СДМ представляют собой модели и методы приближенного решения нелинейной задачи, которые для случая формирования намагниченности в звукопроводе имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{M}(\bar{r}, t) &= \bar{m}_{lf}(\bar{H}_{\Sigma}(\bar{r}, t), \text{история } \bar{H}_{\Sigma}) \\ \bar{H}_{\Sigma}(\bar{r}, t) &= H_{\text{внеш}}(\bar{r}, t) + H_{\text{разм}}(\bar{r}, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где: $\bar{M}(\bar{r}, t)$ – вектор намагниченности в точке с радиусом-вектором \bar{r} в момент времени t ;

$\bar{H}_{\Sigma}(\bar{r}, t)$ — вектор напряженности полного магнитного поля, включающий сумму внешнего поля $H_{\text{внеш}}(\bar{r}, t)$, создаваемого совместным действием постоянного магнита и циркулярного магнитного поля в отсутствие магнитного звукопровода, и внутреннего поля $H_{\text{разм}}(\bar{r}, t)$, существующего в магнитном материале;

\bar{m}_{lf} – моделирующая функция, связывающая остаточную намагниченность звукопровода с напряженностью магнитного поля;

$\bar{H}_{\text{разм}}(\bar{r}, t)$ – размагничивающее поле, определяется из магнитостатических уравнений Максвелла;

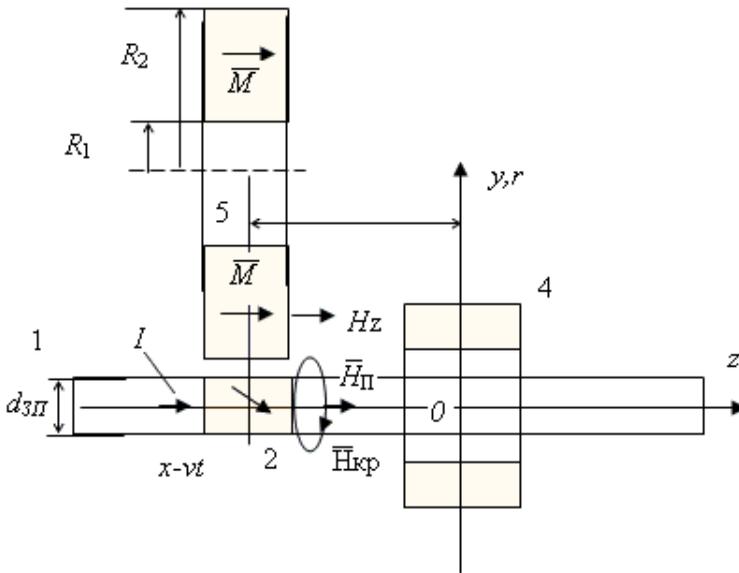
$$\begin{aligned} \text{div } \bar{H}_{\text{разм}}(\bar{r}, t) &= -4 \cdot \pi \cdot \text{div } \bar{M}(\bar{r}, t); \\ H_{\text{разм}}(r \rightarrow \infty) &\rightarrow 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Различные СДМ отличаются выбором моделирующей функции $\bar{m}_{lf}(\bar{H}, \text{история } \bar{H})$ и математическими методами приближенного решения уравнений (1), (2).

Следует отметить, что в традиционных моделях формирования намагниченности для описания процесса формирования распределения намагниченности использовались и различные модели образования

доменов, где основой рассмотрения является минимизация термодинамического потенциала.

Между тем известно, что в большинстве магнитных материалов, в том числе и в звукопроводе, собственная доменная структура может иметь размеры гораздо меньше, чем области, перемагничиваемые под действием магнитного поля. Если это так, то эти области можно описать при помощи параметров, характерных для макрообластей, в частности, коэрцитивной силой, коэффициентом прямоугольности петли гистерезиса, которые могут быть легко измерены и отражают структурное состояние реального материала. Использование этих параметров позволяет применить к рассмотрению явлений в звукопроводе некоторые подходы, развитые для моделирования магнитной записи магнитной головкой



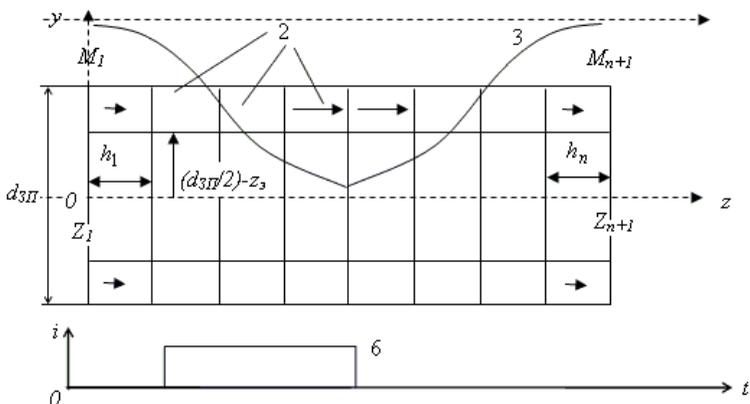


Рисунок 1. Модель формирования намагниченности в звукопроводе(ЗП), где 1 — ЗП, 2 — области разбиения ЗП, 3 — распределение продольной составляющей результирующего магнитного поля, 4 — катушка воспроизведения, 5 — постоянный магнит (ПМ), 6 — импульс тока в ЗП в зависимости от времени

Задача расчета изменения намагниченности ЗП при изменении магнитного поля решается следующим образом (Рисунок 1):

Для определения намагниченности и магнитных полей при перемагничивании звукопровода рассматриваемая область (позиция 2 рисунка 1) звукопровода разбивается на n элементов длиной h , ограниченных узловыми точками Z_i . В каждый момент времени можно задать поле температур $T_i=T(Z_i)$.

Практически самосогласованное распределение намагниченности численно вычисляется с помощью метода итерации. Обобщенная процедура итеративного расчета приведена на рисунке 2.

Для описания намагниченности в предшествующий момент времени между узлами Z_i и Z_{i+1} применяется линейная интерполяция.

Суммарное магнитное поле $H_{\Sigma}(Z_i, t)$ определяется в соответствии с выражением

$$H_{\Sigma}(Z_i, t) = H_{\text{внеш}} + \sum A_{ij} \cdot M_j(t), \quad (3.23)$$

где: A_{ij} — матрица форм-факторов, получаемая с учетом интерполяции намагниченности в элементе из интегрального решения магнитостатических уравнений Максвелла в форме скалярного потенциала;

i — положение границы точки наблюдения (рисунок 1);

j — расположение границы конечного элемента с магнитным материалом.

Для расчетов суммарного магнитного поля $H_{\Sigma}(Z_i, t)$, описываемого выражением (3), возможно использование методов итерации, наиболее адаптированным под рассматриваемую модель из которых является метод релаксации. Данный метод решения систем алгебраических уравнений обладает большой скоростью сходимости благодаря тому, что в нем после вычисления очередной i -ой компоненты $(k+1)$ -го приближения по формуле метода Зейделя производят дополнительное смещение этой компоненты.

Выбор данного метода был также осуществлен из-за возможности дополнительного введения в расчеты релаксации по индукции, что повышает устойчивость.

Согласно этому методу значение напряженности магнитного поля H определится в соответствии с выражением:

$$H^{(k)} = H^{(k-1)} + \lambda_1 (H^{(k-1)} + A(B^{(k-1)} - H^{(k-1)})), \quad (3.24)$$

где: λ_1 — коэффициент ускорения сходимости по напряженности магнитного поля, определяющее метод решения выражения (3.23),

$B^{(k-1)}$ — значение магнитной индукции, вычисленной для $(k-1)$ -го шага итерации.

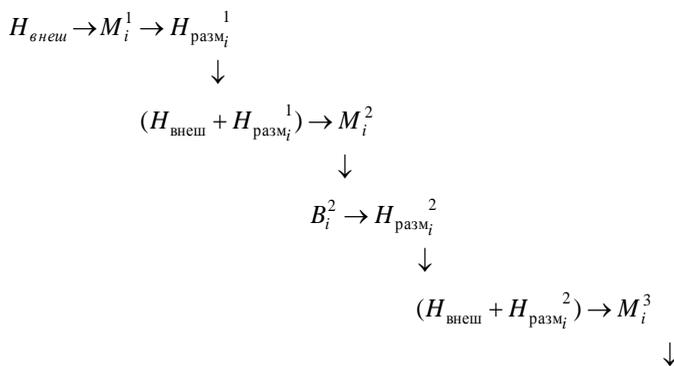


Рисунок 2. Обобщенная процедура итеративного расчета намагниченности в звукопроводе

Как уже отмечалось, для повышения устойчивости, в известный метод расчета СДМ дополнительно вводится релаксация по индукции, значение которой на k -ом шаге итерации можно будет определить согласно выражению:

$$\underline{B}^{(k)} = (1 - \lambda_1') \cdot \underline{B}^{(k-1)} + \lambda_1' \cdot \underline{B}(H^{(k)}), \quad (5)$$

где: $H^{(k)}$ — значение напряженности магнитного поля на k -ом шаге итерации, определяемое согласно выражению (4),

λ_1' — коэффициент ускорения сходимости по магнитной индукции.

Введение дополнительной релаксации по индукции повышает устойчивость рассматриваемого метода и является отличием предложенного численного метода от существующих.

Таким образом, описанная методика позволяет с учетом влияния размагничивающих полей определить намагниченность ЗП как на локальном участке, так и вдоль всей длины ЗП ДМН.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ОЦЕНКЕ ФИНАНСОВОГО СОСТОЯНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ

Тен Юлия Мироновна

*студент 5 курса,
кафедра информационных систем в экономике ВолгГТУ, г. Волгоград
E-mail: tenlia@yandex.ru*

Декатов Дмитрий Евгеньевич

*канд. техн. наук, доцент
кафедры информационных систем в экономике ВолгГТУ, г. Волгоград*

Важнейшим условием принятия эффективных управленческих решений является анализ финансового состояния предприятия. Он представляет собой исследование финансовой ситуации, складывающейся на предприятии, и результатов его экономической деятельности с целью выявления резервов улучшения этой ситуации. Отметим, что для принятия эффективного управленческого решения необходимо не только вычисление множества показателей финансовой деятельности предприятия, но и их оценка. Применение математических методов при анализе финансового состояния предприятия позволяет дать объективную качественную оценку количественным показателям, избегая при этом грубых оценок показателей и приближенных вычислений.

Лицам, принимающим управленческие решения, основанные на результатах анализа финансового состояния важны как количественные, так и качественные показатели. Большинству лиц, являющихся пользователями результатов анализа необходимо получить не только численные значения показателей, но и сведения о том удовлетворительны ли полученные значения для деятельности предприятия, а также насколько они удовлетворительны [2, с. 81].

В данной статье рассматриваются аналитические возможности применения математических методов при оценке финансового состояния предприятия. При текущем (ретроспективном) анализе целесообразно применять метод анализа иерархий и методы теории нечетких множеств, а при перспективном — методы имитационного моделирования.

Каждое из направлений анализа финансового состояния позволяет оценить тот или иной аспект деятельности предприятия, а значит, все они должны учитываться при конечном определении финансового состояния исследуемого предприятия. При этом показатели имеют различную важность. Упорядочить их можно применяя метод анализа иерархий. Этот метод на сегодняшний день является обширным междисциплинарным разделом науки.

Рассмотрим пример простейшей иерархии, состоящей из трех уровней. Основной целью (фокусом) будет финансовое состояние предприятия. На оценку финансового состояния предприятия влияют такие направления анализа как эффективность деятельности, деловая активность, платежеспособность и ликвидность и т. д. На оценку состояния предприятия по каждому из этих направлений оказывает влияние множество абсолютных и относительных показателей, также имеющих различную значимость. И, наконец, на последнем уровне иерархии будут представлены альтернативы финансового состояния предприятия.

Построение матриц попарных сравнений влияния (значимости) направлений анализа на финансовое состояние, показателей на направления анализа и оценки альтернатив позволит выявить соответствующее финансовое состояние анализируемого предприятия.

Итак, перечислим основные возможности метода. Метод анализа иерархий позволяет оценить важность каждого критерия и дать ей математическое выражение. Составление матриц попарных сравнений позволяет специалисту, обладающему относительно небольшим опытом расставить приоритеты и оценить согласованность выдвинутых суждений. Таким образом, качественные сравнения экспертами попарной значимости элементов на любом уровне иерархии могут быть преобразованы в количественные соотношения между ними, при этом они будут отражать объективную реальность. Также стоит отметить гибкость метода. Специалист имеет возможность включить в анализ факторы и критерии, наиболее важные для конкретного рассматриваемого предприятия.

Перейдем ко второму методу. Суть применения методов теории нечетких множеств к анализу финансового состояния предприятия состоит в следующем. В качестве лингвистической переменной рассматривается финансовое состояние предприятия, и определяются термы — множества значений, составляющих нечеткие подмножества [1].

Для характеристики финансового состояния предприятия можно выделить, к примеру, такие подмножества значений как банкротство, неблагоприятное, удовлетворительное, благополучное и высокое

финансовое состояние предприятия. Отнесение анализируемого предприятия к одному из пяти подмножеств (классов финансового состояния) основывается на наиболее важных показателях, отбор которых должен производиться экспертом с учетом специфики деятельности предприятия. Отбор и оценку значимости показателей можно произвести на основе простой экспертной оценки или с использованием метода парных сравнений.

Задание значений для каждого состояния требует тщательного анализа направлений изменения качества показателя-фактора. Положительное влияние увеличения фактора на финансовое состояние означает, что в начале шкалы будет банкротство, затем — неблагоприятное, удовлетворительное, благополучное и, наконец, высокое финансовое состояние предприятия. Если же увеличение показателя оказывает отрицательное влияние, то, наоборот, в начале шкалы будет высокое финансовое состояние предприятия, затем благополучное, удовлетворительное, неблагоприятное состояние, а в конце — банкротство. На этом заканчивается подготовка к классификации объекта. Расчет функций принадлежности предприятия каждому из состояний дает возможность оценить деятельность предприятия. Заключение о финансовом состоянии предприятия формируется на основе утверждения, согласно которому финансовое состояние предприятия — это состояние, к которому объект принадлежит в большей степени.

Рассматриваемая в настоящей работе методика анализа финансового состояния предприятия обладает рядом преимуществ. Она позволяет дать количественным показателям объективную качественную оценку, исключая приближенные вычисления. Использование нечетко-множественного подхода дает более точное представление о состоянии предприятия, что в свою очередь способствует уменьшению неопределенностей и принятию эффективных управленческих решений.

Описанные выше методики применимы для текущего анализа финансового состояния предприятия. В качестве инструмента перспективного анализа финансового состояния целесообразно использовать методы имитационного моделирования, в частности, метод Монте-Карло.

На практике качественный перспективный анализ проводится редко. Чаще всего он представляет собой оценку вероятности банкротства на основе лишь двух показателей — коэффициента утраты и восстановления платежеспособности, которые не дают целостной картины состояния предприятия или отдельного его направления.

Использование метода Монте-Карло предполагает прогнозирование показателей финансового состояния, основанное на оценке вероятности наступления определенного состояния. Способ применения метода Монте-Карло предполагает применения средств автоматизации и при этом имеет довольно простую схему расчетов. Рассмотрим основы применения аналитических возможностей имитационного моделирования при анализе финансового состояния на примере анализа такого направления анализа как оценка результативности финансово-хозяйственной деятельности.

Суть применения метода заключается в том, что мы выбираем переменные, оказывающие влияние на исследуемые показатели результативности. Затем, основываясь на вероятностной функции распределения переменной, мы генерируем ее случайные значения большое количество раз. В качестве таких переменных могут рассматриваться выручка и наценка. Полученные случайные значения и известные константы (например, постоянные затраты) используются для расчета показателей, характеризующих результативность, а также для вспомогательных показателей. Так, имея значение выручки и наценки можно вычислить себестоимость проданного товара. После чего нетрудно вычислить чистую прибыль, а также рентабельность затрат, продаж, продукции и т. д.

Полученные значения исследуемых показателей используются для построения плотности распределения. В рамках процесса построения имитационной модели проводится большое число итераций, позволяющих выявить при подстановке в модель различных значений переменной в соответствии с заданным распределением, как изменится в будущем результативный показатель (в каких пределах колеблется, как распределен).

Таким, образом имитационное моделирование позволяет дать вероятностную оценку будущего финансового состояния.

Список литературы:

1. Недосекин А.О. Комплексная оценка финансового состояния предприятия на основе нечетко-множественного подхода / А.О. Недосекин, О.Б. Максимов. [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: <http://www.finanalisis.ru/litra/324/2290.html> (дата обращения: 20.05.2012).
2. Тен Ю.М. Применение математических методов при анализе финансового состояния предприятия / Ю.М. Тен, Д.Е. Декатов // Международная заочная научно-практическая конференция, 18 апреля 2012 г. Экономика и менеджмент: прошлое, настоящее, будущее. — Новосибирск, 2012. — С. 79—82.
3. Шеремет А.Д. Комплексный анализ хозяйственной деятельности : учебник / А.Д. Шеремет. — М.: ИНФРА-М, 2006. — 415 с.

2.5. ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

СПОСОБЫ И СРЕДСТВА ГЕНЕРАЦИИ РАСТРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ HTML5 CANVAS

Ханин Дмитрий Андреевич

магистрант НТУУ «КПИ», г. Киев

E-mail: khanin.dmitry@gmail.com

Павловский Владимир Ильич

канд. техн. наук, доцент НТУУ «КПИ»

E-mail: kpi.pavlovsky@gmail.com

Вступление

Canvas — элемент HTML5, предназначенный для создания растрового двухмерного изображения при помощи JavaScript. Он может быть использован, к примеру, для рисования графиков, создания фото-композиций, или для создания простых (и не очень) анимаций.

Canvas впервые был представлен фирмой Apple для Mac OS X Dashboard и позже был реализован в Safari. Браузеры, основанные на Gecko 1.8, такие, как Firefox 1.5, также поддерживают этот новый элемент. Элемент Canvas является частью спецификации WhatWG Web applications 1.0.

Постановка задачи

Так как HTML5 все еще находится в стадии разработки, разработка библиотеки для удобной работы с Canvas стало актуальной проблемой. В работе рассматривается создание данной библиотеки.

Canvas используется, как правило, для отрисовки графиков для статей и игрового поля в некоторых браузерных играх. Но также может использоваться для встраивания видео в страницу и создания полноценного плеера.

Спецификация HTML5 Canvas определяет универсальный JavaScript API, позволяющий выполнять операции отрисовки объектов. Для рисования на Canvas можно использовать два разных подхода:

- 2D-подход,
- 3D-подход (WebGL).

Первый лучше внедрён и доступен во всех современных веб-браузерах (за исключением IE), в то время как второй находится на ранней стадии определения, имея лишь несколько экспериментальных реализаций.

Одна из примечательных особенностей Canvas заключается в том, что эта технология обеспечивает попиксельный доступ к отображаемым данным и позволяет проектировать на холст различные графические элементы, включая видео.

Мы рассмотрим только 2D Canvas, так как она наиболее широко распространена. 2D Canvas позволяет вам использовать мощный API для выполнения быстрых операций рисования на растровых 2D-поверхностях. Не существует каких-либо файловых форматов, и вы можете рисовать только с использованием скриптов. При рисовании не используются узлы DOM — все состоит из пикселей. Это означает, что вы можете сконцентрироваться на рисовании без ограничений сложности изображения.

Анализ существующих решений

Рассмотрим уже имеющиеся решения для работы с Canvas. Мы остановимся на трех библиотеках для визуализации, представляющих собой различные подходы и направления для визуализации. Это, безусловно, не исчерпывающий список и есть много других библиотек со схожим и отличным функционалом.

Processing JS

Processing.js является портом на JS знаменитой библиотеки для визуализации данных Processing. Processing.js предлагает два подхода к описанию визуализации: промежуточный код, в дальнейшем разбираемый самой библиотекой (отдельным файлом или внутри страницы) и явный код на JavaScript.

JavaScript InfoVis Toolkit (JIT)

JIT — библиотека для визуализации данных, разрабатываемая в Sencha. Для отображения данных JIT принимает исходные значения в виде JSON. JSON — текстовый формат обмена данными, основанный на JavaScript и обычно используемый именно с этим языком. Как и многие другие текстовые форматы, JSON легко читается людьми.

Несмотря на происхождение от JavaScript (точнее, от подмножества языка стандарта ECMA-262 1999 года), формат считается языконезависимым и может использоваться практически с любым языком программирования. Для многих языков существует готовый код для создания и обработки данных в формате JSON.

jQuery Sparklines

jQuery Sparklines — еще одна интересная библиотека, позволяющая делать мини-визуализации массивов данных, похожих на функционал Sparklines в Excel. Библиотека использует в своей работе jQuery.

Результаты

Основной идеей создания новой библиотеки стало объединение положительных сторон уже существующих решений и одновременно независимость от других библиотек и фреймворков. Сначала появились обертки для рисования примитивов, потом сформировался прототип библиотеки (с фабрикой объектов внутри), в него постепенно добавлялись функции — для начала просто доступ к возможностям Canvas API. Затем захотелось работы с событиями.

Canvlib — стала простой в использовании библиотекой для рисования, анимации и управления тегами Canvas HTML5.

Цель проекта — поддержка API Canvas HTML5 с фреймворком для более быстрой и удобной разработки приложений. Библиотека была построена по подобию jQuery. Она такая же простая и удобная в использовании. Например, вы можете инициализировать стили и анимацию в одном выражении. Эта библиотека предоставляет разработчику много инструментов для создания растровой графики и веб-приложений используя элемент HTML5 Canvas.

Итак, что же мы имеем на сегодняшний день?

Небольшую, около 36 kb (размер версии 1.0) в сжатом виде, библиотеку, предоставляющую удобный интерфейс для взаимодействия с Canvas. Библиотека самодостаточна, то есть не требует подключения никаких дополнительных библиотек и не является расширением какой-либо из них. Еще стоит упомянуть про то, что:

- На объектах можно отслеживать события мыши, клавиатуры и фокуса.

Например:

```
jc.circle(x,y,radius)
.click(function(){
  //какой-нибудь код
});
```

- drag'n'drop. Для этого используются draggable и droppable функции, примерно как в jQuery.

- Возможность использовать цепочки методов.

Пример:

```
jc.circle (x,y,radius)
.up ('top')// тут мы перемещаем кружок на передний план
.id ('myCircle')//тут присваиваем id
.name ('myCircles');//а тут присваиваем ему имя
```

- Элементам можно присваивать идентификаторы (id) и имена (name), чтобы затем к ним обращаться индивидуально (в первом случае) или как к группе (во втором случае).

Например, обратиться к кругу из последнего примера можно так:

```
Js (#myCircle).color ('rgba(255,255,0,0.5)');//выбираем элемент по id и устанавливаем ему цвет
```

```
Js ('.myCircles').color ('rgba(255,255,0,0.5)');//выбираем группу элементов по name и устанавливаем им цвет
```

Библиотека постоянно дописывается, рефакторится и прочее. Это означает, что там есть еще что менять в коде, с одной стороны, и то, что будет добавлено еще очень много всего, с другой.

HTML 5 Canvas следует использовать для:

- Редактирования изображений: обрезки, изменения размеров, фильтров (удаления эффекта красных глаз, создания эффекта сепии, изменения цветности или яркости)

- Создания растровой графики: визуализации данных, создания фракталов и графиков функций.

- Анализа изображений: создания гистограмм и т. п.

- Создания игровой графики, такой как спрайты и фоны.

Когда лучше воздержатся от использования Canvas:

- Масштабируемые интерфейсы

- Интерактивные интерфейсы

- Диаграммы, схемы

- Векторное редактирование изображений

Для чего необходим Canvas 3D? С помощью Canvas 3D можно рисовать 3D-объекты с текстурами и шейдерами и анимировать их. Вы можете сделать 3D-игры и веб-приложения 3D-моделирования (например, визуализацию продукции — автомобили, запчасти и т. п.). Веб-браузер выполняет отрисовку сцены с использованием аппаратного обеспечения, если это возможно. На данный момент библиотека не поддерживает Canvas3D, но не исключает возможность использования стандартного API.

Вывод

В ходе проведенной работы были проведены исследования и анализ существующих способов и средств генерации изображений с использованием HTML5 Canvas. Были выбраны наиболее оптимизированные по параметрам скорости, прозрачности алгоритмизации и простоты реализации методы построения изображений, что дало возможность реализации одновременно удобной в использовании и гибкой библиотеки Canvaslib, которая не требует подключения никаких дополнительных библиотек и не является расширением

какой-либо из них, и может использоваться для выполнения быстрых операций рисования на растровых 2D-поверхностях.

Список литературы:

1. Steve Fulton, Jeff Fulton. HTML5 Canvas. O'Reilly Media. 2011. — 560 с.
2. Jeffrey Way. Decoding HTML5. Rockable Press, 2012. — 343 с.
3. Jeffrey Way. HTML5 Fundamentals. Envato. 2012. — 415 с.
4. David Flanagan. Canvas Pocket Reference. Scripted Graphics for HTML5. 2010. — 440 с.

СЕКЦИЯ 3.

ФИЗИКА

3.1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

МЕХАНИЗМЫ СЕНСОРНОГО ЭФФЕКТА В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ГАЗОВЫХ СЕНСОРАХ НА ОСНОВЕ ДИОКСИДА ОЛОВА

Алексеев Сергей Александрович

*студент, мл. науч. сотр., Московский физико-технический институт
г. Долгопрудный*

E-mail: sergej.alekseev@phystech.edu

Потылицын Иван Юрьевич

*студент, мл. науч. сотр., Московский физико-технический институт
г. Долгопрудный*

E-mail: ivan.potylitsyn@phystech.edu

Рыжаков Михаил Викторович

*ст. преп. кафедры прикладной механики,
Московский физико-технический институт г. Долгопрудный*

E-mail: mryzhakov@applmech.mipt.ru

Введение

Последние десятилетия промышленность остро нуждается в средствах контроля параметров газовых сред. Примерами могут служить системы оповещения о пожарах, системы контроля состояния помещений химических лабораторий, производственных и нефтедобывающих объектов, системы контроля воздуха в жилых и общественных помещениях.

Существует множество способов определения наличия примесей в атмосфере. Часть из них, такие как лабораторный химический анализ пробы, спектральный анализ пробы, дают достаточно точный ответ

на вопрос о составе газовой смеси. Данные методы анализа состава газа хорошо изучены [2], однако, при этом, не являются оперативными средствами анализа. Другая часть способов определения концентрации примесей основана на использовании портативных газоанализаторов. Проведённый обзор портативных средств анализа показал, что существует множество видов устройств данного типа. Большая часть портативных устройств работают, основываясь на отклике встроенных селективных газовых сенсоров различного типа. Лишь небольшая часть устройств работает, основываясь на отклике слабо-селективных полупроводниковых сенсоров на основе диоксида олова SnO_2 . Это наиболее простые, надёжные и дешёвые сенсоры. Однако их отклик отличается низкой повторяемостью даже в пределах одной партии сенсоров.

Исследование откликов полупроводниковых газовых сенсоров встречается в литературе достаточно часто. Так в [3] были изучены характеристики сенсоров, характер изменения их проводимости в присутствие газа и была получена приближённая аналитическая зависимость для изменения проводимости сенсорного слоя в присутствие анализируемого газа:

$$\Delta G \sim \sqrt{P} \sim \sqrt{C} \quad (1)$$

где: P — парциальное давление анализируемого газа,

C — его концентрация.

Было также получено выражение для коэффициента пропорциональности в выражении (1). Исследование, проведённое в работе [1] показало, что существует принципиальная возможность определения концентрации газа устройством на основе неселективных полупроводниковых газовых сенсоров. В [4] был изучен режим использования сенсора при импульсном подогреве, приведён метод анализа полученных экспериментальных данных.

Целью данной работы является более точное по сравнению с [3] микроскопическое описание механизма сенсорного эффекта в полупроводниковых газовых сенсорах исходя из положений квантовой и статистической физики и получение зависимости отклика газовых сенсоров от концентрации окружающего его газа.

Изучение сенсорного эффекта в полупроводниковых газовых сенсорах

Чувствительный слой толстоплёночного сенсора на основе SnO_2 конструктивно представляет собой плёнку SnO_2 зернистой структуры,

нанесённую на нагревательный элемент (см. рисунок 1). При достижении определённой температуры полупроводникового слоя, взаимодействие кислорода с поверхностью приводит к сорбции молекул O_2 полупроводником. Кислород захватывает электроны поверхностной области плёнки, после чего захваченные электроны больше не участвуют в процессе проводимости.

Наличие электронов на поверхности приводит к тому, что в приповерхностном слое полупроводниковой плёнки образуется положительно заряженная область. В силу того, что плёнка обладает зернистой структурой, в области соприкосновения соседних зёрен эта положительно заряженная область занимает практически весь объём и полностью определяет электрическую проводимость плёнки. Фактически, образование такой области, называемой *областью пространственного заряда (ОПЗ)*, приводит к появлению потенциального барьера для электронов. Характерный вид барьера представлен на рисунке 2 **Рисунок.**

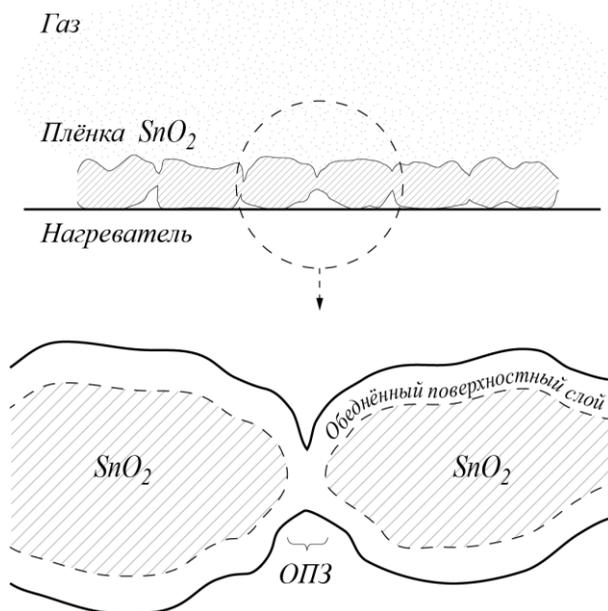


Рисунок 1. Зернистая структура полупроводниковой плёнки SnO_2

Высота барьера E_0 определяется количеством захваченных кислородом электронов. При изменении высоты барьера E_0 изменяется проводимость канала между зёрнами и, следовательно, всего полупроводникового слоя. Качественно исследуем вид зависимости проводимости полупроводникового слоя от высоты барьера.

Согласно положениям квантовой механики, число электронных состояний с энергией E в интервале dE и в объёме V есть

$$2V \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^2} = \frac{2Vp^2 dp}{\pi\hbar^2} \sim (E - E_c) d(\sqrt{2m(E - E_c)}) \sim \sqrt{E - E_c} dE \quad (2)$$

Поскольку полное число электронов, участвующих в проводимости, определяется суммой

$$n_e = \sum_{\substack{\alpha: \\ E_\alpha > E_0}} n_{e_\alpha} \quad (3)$$

а вероятность заполнения состояния α с энергией E_α определяется распределением Ферми-Дирака, то из (3) с учётом (2) получаем:

$$n_e = \sum_{\substack{\alpha: \\ E_\alpha > E_0}} n_{e_\alpha} \approx \int_{E_0}^{\infty} \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} \frac{2p^2 dp}{\pi\hbar^2}. \quad (4)$$

Переходя к интегрированию по энергиям, получаем:

$$p = \sqrt{2m(E - E_c)},$$

$$dp = \sqrt{\frac{m}{2(E - E_c)}} dE, \quad (5)$$

$$n_e \sim \int_{E_0}^{\infty} \frac{\sqrt{E - E_c}}{e^{(E-\mu)/T} + 1} dE = \int_{E_0 - E_c}^{\infty} \frac{\sqrt{E'}}{e^{(E' + E_c - \mu)/T} + 1} dE'. \quad (6)$$

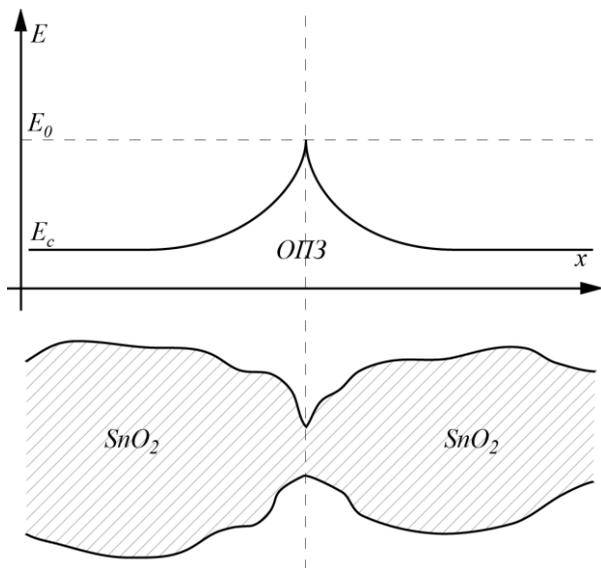


Рисунок 2. Характерный вид потенциального барьера

Пренебрегая единицей в знаменателе подынтегральной функции (это возможно, так как $T \approx 0.026 \text{ эВ}$ в то время как характерная величина энергии электронов $E - \mu \approx 1 \text{ эВ}$) и переходя к безразмерным переменным $x = E/T$, получаем:

$$n_e \sim \int_{E_0 - E_c}^{\infty} \frac{\sqrt{E'}}{e^{(E' + E_c - \mu)/T}} dE', \quad (7)$$

$$n_e \sim \int_{x_0}^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{e^{x - x_\mu}} dx \sim \int_{x_0}^{\infty} \sqrt{x} e^{-(x - x_\mu)} dx, \quad (8)$$

где введены обозначения $x_\mu = \mu - E_c$, $x_0 = (E_0 - E_c)/T$. Интеграл (8) считается только приближённо:

$$\int_{x_0}^{\infty} \sqrt{x} e^{-(x - x_\mu)} dx \approx \sqrt{x_0} e^{-(x_0 - x_\mu)}. \quad (9)$$

Ошибка интегрирования описывается следующим выражением:

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{x_\mu} \operatorname{erfc}(\sqrt{x_0}), \quad (10)$$

где: $\operatorname{erfc}(x)$ — дополнительная функция ошибок. Поскольку функция ошибок оценивается сверху как

$$e^{-x^2} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}x} + O\left(\frac{1}{x^2}\right) \right), \quad (11)$$

то, очевидно,

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{x_\mu} \operatorname{erfc}(\sqrt{x_0}) < \frac{e^{x_\mu - |x_0|}}{x_0}. \quad (121)$$

Величины x_μ и $-|x_0|$ сильно отрицательны, что позволяет пренебречь ошибкой приближённого интегрирования и записать окончательно для числа электронов n_e выражение:

$$n_e \sim \sqrt{x_0} e^{-(x_0 - x_\mu)}. \quad (132)$$

Характер зависимости отклика газовых сенсоров на различные газы

Теперь оценим влияние наличия газа концентрации n на величину потенциального барьера E_0 . Концентрация n является объёмным фактором среды. Сенсор же воздействует с газом только через поверхность. Можно предположить, что величина эффекта изменения x_0 по порядку есть $n^{2/3}$. Однако, учитывая тот факт, что на проводимость сенсора оказывает, в основном, влияние только газ, окружающий контур зерна полупроводника, можно сделать вывод, что величина эффекта изменения x_0 по порядку есть n^α , где $\alpha \approx 0.3 \dots 0.7$. А поскольку вклад газа в высоту потенциального

барьера отрицателен, то для учёта поправки на газ концентрации n получаем:

$$x_0 \rightarrow x_0 - An^\alpha, \quad (143)$$

где: A и α — константы, зависящие от характера взаимодействия определённого газа с сенсором. Следовательно, для числа электронов, участвующих в проводимости имеем:

$$n_e \sim \sqrt{x_0 - An^\alpha} e^{-(x_0 - An^\alpha - x_\mu)}. \quad (154)$$

Полагая, приближённо, что проводимость плёнки пропорциональна числу проводящих электронов, можно записать:

$$G = C\sqrt{1 - Bn^\alpha} e^{An^\alpha}, \quad (16)$$

где: $B = A/x_0$. Заметим, что при $n = 0$ величина проводимости равна константе C из уравнения (16). Следовательно, константа C равна G_0 — величине проводимости полупроводниковой плёнки в чистом воздухе. Поэтому для относительного изменения проводимости можно записать окончательно:

$$\frac{G}{G_0} = \sqrt{1 - Bn^\alpha} e^{An^\alpha}, \quad (175)$$

или в более удобной для дальнейшей работы форме:

$$\frac{\Delta G}{G_0} = \sqrt{1 - Bn^\alpha} e^{An^\alpha} - 1, \quad (18)$$

где величина ΔG есть отклонение проводимости от проводимости сенсора в чистом воздухе:

$$\Delta G = G - G_0. \quad (196)$$

Заметим, что данный результат полностью согласуется с полученными в работе [2] результатами в области малых концентраций газа. Следует это из того, что разложение в ряд Тейлора величины $\Delta G / G_0$ при малых значениях n имеет вид:

$$\frac{\Delta G}{G_0} \approx n^\alpha \cdot \quad (20)$$

Выражение (20) для $\Delta G / G_0$ совпадает с результатом, полученным в [2] при $\alpha = 0.5$ (именно такое значение α следует из анализа экспериментальных данных).

Экспериментальная проверка

С помощью разработанного стенда была проведена серия экспериментов, в которой были получены временные зависимости проводимости сенсора G при вводе различных газов в атмосферу для трёх сенсоров TGS2602. На рисунке 3. показан характерный вид экспериментальных данных, полученных с одного сенсора TGS2602 при введении аммиака (аммиак вводился последовательно в концентрациях $10^{-3}, 10^{-2}, 10^{-1} \text{ мг / л}$).

Из опыта с тремя датчиками TGS2602 из одной партии (см. рисунок **РисунОК4**. ненормированные отклики) следует тот факт, что проводимость G сенсора при заданной концентрации определённого газа не является постоянным параметром и изменяется от опыта к опыту. Однако, как следует из (17), воздействие газа на проводимость сенсора входит в выражение для проводимости мультипликативно. Экспериментальная проверка подтвердила, что относительная величина G / G_0 воспроизводится при различных внешних условиях (влажность, температура воздуха) и является достаточно стабильным показателем для сенсоров одной марки (см. рисунок 4, нормированные отклики). Максимальное отклонение отклика сенсора от среднего составляет 10 %.

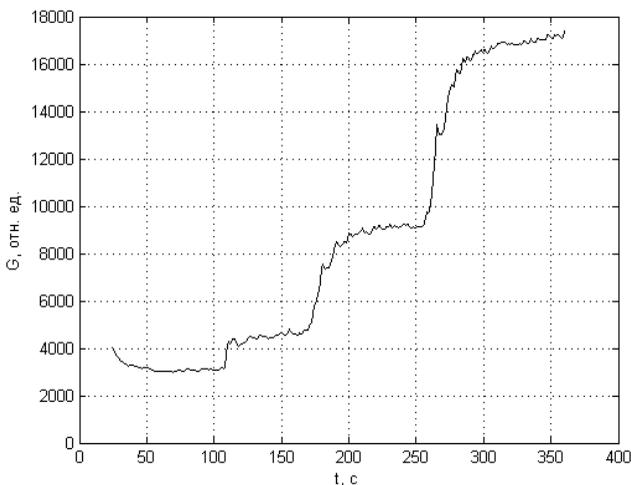


Рисунок 3. Типичный вид экспериментальных данных

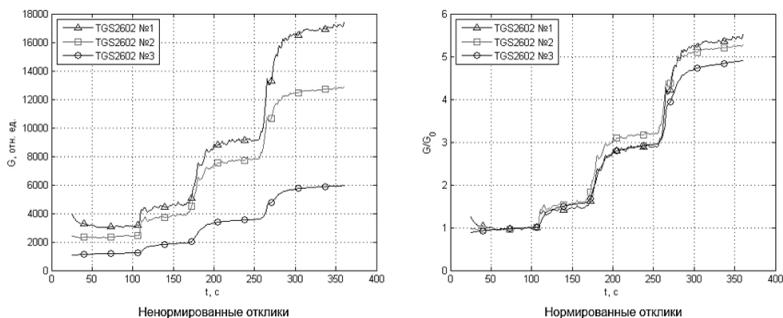


Рисунок 4. Сравнение нормированных и ненормированных проводимостей трёх одинаковых сенсоров TGS2602, находящихся в одинаковых условиях

Закключение

В данной работе исследован механизм отклика полупроводниковых газовых сенсоров, была получена аналитическая зависимость отклика сенсора от концентрации окружающего сенсор газа, а также показана необходимость нормирования отклика сенсоров на их отклик с чистой атмосфере.

Список литературы:

1. Алексеев С.А., Евстафьев И.Б., Рыжаков М.В. Возможные подходы к разработке алгоритма распознавания химического состава газов системы контроля экологической безопасности предприятий по производству (утилизации) боеприпасов // Труды 53-й научной конференции МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук». Часть III. Аэрофизика и космические исследования. М., 2010. — Т. 2. — С. 4—6.
2. Бабушкин А.А., Бажулин П.А., Королёв Ф.А., Левшин Л.В., Прокофьев В.К., Стриганов А.Р. Методы — спектрального анализа. М.: Издательство Московского университета, 1962. — 509 с.
3. Громов В.Ф., Герасимов Г.Н., Бельшева Т.В., Трахтенберг Л.И. Механизмы сенсорного эффекта в кондуктометрических датчиках на основе диоксида олова для детектирования газов-восстановителей // Ж. Рос. хим. об-ва им. Д.И. Менделеева, вып. 5., 2008. — С. 80—87.
4. Vasiliev A., Pisliakov A, Sokolov A. Thick Film Sensor Chip for CO Detection in Pulsing Mode: Detection Mechanism, Design and Realization // Proc. Eurosensors XV vol. 2. Munich, 2001. — С. 1750—1754.

СЕКЦИЯ 4.

БИОЛОГИЯ

4.1. БИОХИМИЯ

ВЛИЯНИЕ СОЛЕЙ ТЯЖЕЛЫХ МЕТАЛЛОВ НА АНТИОКСИДАНТНЫЙ СТАТУС КУР-НЕСУШЕК

Вахуткевич Ирина Юрьевна

*аспирант Львовского национального аграрного университета,
г. Львов, Украина*

E-mail: Irchyk28@gmail.com

В связи с ростом антропогенной нагрузки на окружающую среду все больше внимания уделяется проблеме накопления в экосистемах солей тяжелых металлов [4, с. 37—39]. Ионы кадмия и хрома поступают в организм птицы с кормом, водой и воздухом, накапливаются в нем, вызывают нарушение метаболических процессов и возникновение патологических изменений [5, с. 113—115].

Степень накопления и характер распределения данных элементов зависят от родства с различными структурами, биохимическими компонентами тканей и органов, плотности образования комплексов и скорости их элиминации [2, с. 5]. Установлено влияние тяжелых металлов на биохимический и физиологический статус, на уровень их накопления в органах и тканях сельскохозяйственных животных [1, с. 8—10].

Целью работы было исследовать изменения показателей перекисного окисления липидов, активности ферментов антиоксидантной системы в эритроцитах крови и тканях печени кур-несушек под влиянием сульфатов хрома и кадмия. Задачей исследований было определение глутатионпероксидазной и каталазной активности, гидропероксидов липидов, малонового диальдегида в клетках крови и печени.

Лабораторные исследования проводились в химико-токсикологической лаборатории кафедры Львовского национального аграрного

университета и в лаборатории инструментальных методов контроля ГНИКИ ветпрепаратов и кормовых добавок. Для исследований было отобрано 16 кур-несушек породы леггорн. По принципу аналогов было сформировано 4 подопытные группы (по 4 головы в каждой), отобранные по живой массе и возрасту.

Курам-несушкам первой группы (контрольной) в течение исследуемого периода скармливали стандартный комбикорм и выпаивали воду. Животные опытных групп в течение 21 дня кроме комбикорма получали воду, насыщенную солями тяжелых металлов (вторая группа — 2 мг/кг сульфата хрома, третья группа — 3 мг/кг сульфата кадмия, четвертая группа — сочетание сульфатов хрома и кадмия, 2 мг/кг и 3 мг/кг).

В конце опыта было проведено забой птицы, взятие крови и тканей печени для биохимических исследований, в которых определяли показатели перекисного окисления липидов и активности антиоксидантных ферментов: глутатионпероксидазную и каталазную активность, гидропероксиды липидов, малоновый диальдегид [3]. Цифровой материал обработан с помощью методов вариационной статистики с определением достоверной разницы между показателями в контрольной и опытных группах.

Исследованиями установлено, что поступление в организм кур сульфата хрома в количестве 2 мг/кг живой массы повышало глутатионпероксидазную и каталазную активность ($p < 0,01$), концентрацию гидропероксидов липидов в крови и малонового диальдегида в сравнении с контрольной группой. Это свидетельствует об усилении перекисного окисления липидов на всех стадиях его течения (рис. 1).

При добавлении к воде сульфата кадмия в количестве 3 мг/кг живой массы в плазме крови кур возросла концентрация гидропероксидов липидов и малонового диальдегида по сравнению с контрольной группой. Как видно из рисунка 1, кадмий по-разному влияет на активность отдельных ферментов антиоксидантной защиты.

В частности, под влиянием сульфата кадмия в эритроцитах крови кур значительно снизилась глутатионпероксидазная активность. Это объясняется включением кадмия в активный центр глутатионпероксидазы, в результате чего фермент теряет каталитические свойства. Наблюдался рост каталазной активности ($p < 0,05$).

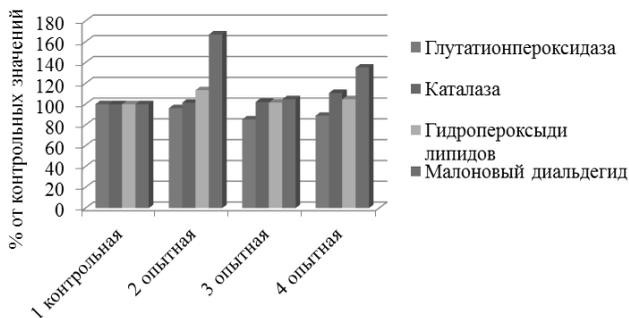


Рисунок 1. Содержание продуктов ПОЛ и активность антиоксидантных ферментов в крови кур-несушек за содержания сульфатов хрома и кадмия

В группе, где было добавление к воде сульфатов кадмия и хрома, обнаружено снижение глутатионпероксидазной активности, рост каталазной активности ($p < 0,01$) и малонового диальдегида, а также увеличение гидропероксидов липидов по сравнению с их концентрацией в контрольной группе.

Поступление в организм кур сульфата хрома в количестве 2 мг/кг живой массы повышало каталазную активность в тканях печени, концентрацию гидропероксидов липидов. Заметно значительный рост малонового диальдегида по сравнению с контрольной группой ($p < 0,02$) и снижение глутатионпероксидазной активности (рис. 2).

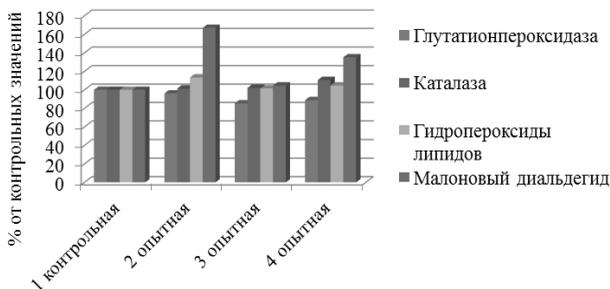


Рисунок 2. Содержание продуктов ПОЛ и активность антиоксидантных ферментов в печени кур-несушек за содержания сульфатов хрома и кадмия

При добавлении к воде сульфата кадмия в количестве 3 мг/кг живой массы в тканях печени кур возросла концентрация гидро-

пероксидов липидов и малонового диальдегида по сравнению с контрольной группой. Наблюдалось снижение глутатион-пероксидазной активности и рост каталазной активности.

В группе, где было добавление к воде сульфатов кадмия и хрома, наблюдалось достоверное снижение глутатионпероксидазной активности ($p < 0,02$), рост содержания малонового диальдегида ($p < 0,05$), увеличение каталазной активности и гидропероксидов липидов по сравнению с их концентрацией в контрольной группе.

Выводы:

1. Содержание продуктов перекисного окисления липидов и активности антиоксидантных ферментов в крови кур-несушек показали существенное снижение глутатионпероксидазной активности при поступлении в организм кур сульфата кадмия, а также при совместном его поступлении с хромом. Наблюдался рост каталазной активности, некоторое увеличение содержания малонового диальдегида и значительное увеличение гидропероксидов липидов во всех опытных группах по сравнению с контрольной.

2. Поступление в организм кур-несушек сульфата хрома в дозе 2 мг/кг и сульфата кадмия в дозе 3 мг/кг живой массы в течении исследований вызвало рост каталазной активности, малонового диальдегида, гидропероксидов липидов и снижение глутатион-пероксидазной активности в тканях печени исследуемой птицы.

Список литературы:

1. Вплив сполук важких металів на процеси перекисного окиснення ліпідів та функціональну активність ферментів-антиоксидантів в еритроцитах тварин: зб. наук. праць «Теорія та практика сучасного природознавства» / [Г.Л. Антоняк, Н.С. Панас, О.І. Першин, В.І. Бершадський]. — Херсон: ПП Вишемирський В.С., 2005. — С. 7—11.
2. Сікора В.З. Вплив солей важких металів на морфологію печінки / В.З. Сікора, В.В. Захлабаєва // Вісник Сумського державного університету. Серія Медицина. — 2005. — № 3 (75) — С. 5—9.
3. Фізіолого-біохімічні методи досліджень у біології, тваринництві та ветеринарній медицині: довідник / [авт.-упоряд. В. Влізло та ін.]. — Львів: видавництво «ВМС», 2004. — 399 с.
4. Casalino E. Molecular inhibitory mechanisms of antioxidant enzymes in rat liver and kidney by cadmium / E. Casalino, G. Calzaretti, C. Sblano [et al.] // Toxicology. — 2002. — Vol. 179. — P. 37—50.
5. Sahin K. Effects of dietary chromium and ascorbic acid supplementation on digestion of nutrients, serum antioxidant status, and mineral concentrations in laying hens reared at a low ambient temperature / K. Sahin, N. Sahin, O. Kucuk // Biol. Trace Elem. Res. — 2002. — Vol. 87, № 1—3. — P. 113—124.

4.2. БОТАНИКА

МОРФОЛОГИЯ ПЫЛЬЦЕВЫХ ЗЕРЕН САДОВЫХ ТЮЛЬПАНОВ (*TULIPA*)

Глубшева Татьяна Николаевна

канд. сел.-хоз. наук, доцент НИУ «БелГУ», г. Белгород

E-mail: glubsheva@mail.ru

Ковалева Ольга Николаевна

студент НИУ «БелГУ», г. Белгород

E-mail: olkov1991@mail.ru

Зимина Валерия Юрьевна

студент НИУ «БелГУ», г. Белгород

E-mail: zimina.91@bk.ru

Морфологами и систематиками давно была отмечена консервативность морфологических признаков пыльцевых зерен в пределах семейства. Постоянный комплекс морфологических признаков, знания по сравнительной морфологии пыльцевых зерен позволяют разрешить трудности в разграничении близких видов, с наибольшей точностью отнести пыльцу к соответствующим таксонам. В связи с чем, в последнее время, весьма актуальным стало изучение морфологии пыльцевых зерен, а именно размеров, формы пыльцы, числа, расположения апертур, особенностей строения экзины и интины [3, с. 1].

Род *Tulipa* L. является одним из наиболее крупных в семействе Liliaceae и одновременно малоизученным [2, с. 931]. Работы по морфологии пыльцевых зерен ранее проводились лишь в отдельных классах или на примере некоторых исходных (диких) видов тюльпанов [4, с. 1695]. Морфологические особенности пыльцы садовых тюльпанов в настоящее время слабо изучены и результаты подобных исследований практически не представлены в литературных источниках, что составляет новизну данного исследования. Практическая значимость данной работы заключается в том, что предварительное определение качества пыльцы (оценка размеров, форм) может существенно повысить успех селекционной работы, разрешить имеющиеся трудности в систематике и филогенезе растений.

Материал и методика

Исследовали пыльцу садовых сортов тюльпанов, источником необходимого нам материала (пыльцевых зерен) послужили садовые тюльпаны, произрастающие на опытном участке в ботаническом саду НИУ «БелГУ». Исследуемые растения были выращены по стандартной методике [1, с. 65—71]. Пыльца была собрана по мере цветения садовых тюльпанов: апрель-май 2011 года. Морфология пыльцы исследовалась при помощи светового микроскопа МИКМЕД-1 на увеличении 1,5x15x40, измерения проводили при помощи окуляр-микрометра (x15) с точностью до 1 мкм. Исследовано 37 сортов тюльпанов, относящихся к 14 классам из 15 известных. При помощи аппаратно-программного комплекса «ВидеоТест-Размер 5.0» определяли размер пыльцевых зерен. Результаты измерений статистической обработки были переданы для дальнейшей обработки в MS Excel.

Результаты и обсуждение

При помощи аппаратно-программного комплекса «ВидеоТест-Размер 5.0» нами были определены линейные размеры пыльцы 37 садовых сортов тюльпанов. Длина пыльцевых зерен варьирует у садовых тюльпанов от 36,1 мкм (*Valery Gergiev*) до 61,1 мкм (*Pink Impression*). Преобладающая длина пыльцы составила в среднем 50,4 мкм, что соответствует границе разделения двух классов. Ширина пыльцевых зерен варьирует у садовых тюльпанов от 25,8 мкм (*Little Princess*) до 48,7 мкм (*Ollioules*). Преобладающая ширина пыльцы составила в среднем 37,9 мкм. Согласно классификации Г. Эрдтмана [5, с. 50], исследуемая нами пыльца, представлена средними и крупными пыльцевыми зёрнами. К первому классу (20—50 мкм) относится пыльца 18 сортов, ко второму (50—100 мкм) — пыльца 19 сортов. Полученные результаты представлены в таблице 1.

Форма пыльцы определялась соотношением длины полярной оси к длине экваториального диаметра пыльцевого зерна [5, с. 50]. Согласно полученным результатам, форма пыльцевых зерен тюльпанов весьма разнообразна: почти продолговатая, продолговатая, сверхпродолговатая. Пыльца 24 сортов имеет почти продолговатую форму, 11 сортов тюльпанов имеют пыльцевые зёрна продолговатой формы. Сверхпродолговатая форма пыльцевых зерен была выявлена только в двух сортах: *Little Princess* и *Praesstans Fusilier*.

Таблица 1.

Размеры пыльцы садовых тюльпанов

Классификация	Сорта	Длина, мкм M±Δ	Ширина, мкм M±Δ	Форма
I группа — раноцветущие				
1 класс — Простые ранние	1. Yokahoma	52,2±2,97	45,2±1,29	ПП
2 класс — Махровые ранние	2. Kareool	47,5±4,16	36,0±2,88	ПП
	3. Willem van Oranje	42,3±3,38	38,2±3,10	ПП
II группа — среднецветущие				
3 класс — Триумф-тюльпаны	4. Abu Hassan	48,3±0,88	42,1±1,74	ПП
	5. Wintenberg	53,2±2,32	43,7±2,21	ПП
	6. Rosy Wings	43,7±1,34	34,9±1,61	ПП
	7. Lustige Witwe	55,4±2,52	46,7±3,49	ПП
4 класс — Дарвиновы гибриды	8 Apeldoorn's Elite	43,00±2,29	35,6±1,53	ПП
	9. Ollioules	58,1±3,88	48,7±4,67	ПП
	10. Gordon Cooper	44,7±2,98	33,0±3,77	П
	11. Pink Impression	61,1±3,63	43,1±0,67	П
	12. Eric Hofsjø	38,3±5,17	28,4±1,91	П
III группа — поздноцветущие				
5 класс — Простые поздние	13. Elbow	45,5±2,93	35,8±1,96	ПП
	14. Antoinette	53,1±2,25	45,0±2,10	ПП
6 класс — Лилиецветные	15. Lilack Time	57,9±2,62	46,0±2,18	ПП
	16. Elegant Lady	54,3±3,15	45,2±1,18	ПП
7 класс — Бахромчатые	17. Fringed Elegance	54,6±3,60	38,7±2,56	П
	18. Crystal Beauty	43,5±4,37	31,0±3,39	П
	19. Burgundy Lace	47,6±2,03	37,5±2,05	ПП
	20. Fabio	43,9±3,02	36,9±3,09	ПП
	21. Valery Gergiev	36,1±3,16	30,1±1,69	ПП
8 класс — Зеленоцветковые	22. Spring Green	54,4±3,19	45,2±2,44	ПП
III группа — поздноцветущие				
9 класс — Рембрандт- тюльпаны	—	—	—	—
10 класс — Попугайные тюльпаны	23. Toucan	49,7±2,15	42,8±1,91	ПП
	24. Bright Parrot	55,5±2,69	43,3±2,05	ПП
	25. Texas Gold	46,1±3,66	35,7±2,05	ПП

11 класс — Махровые поздние тюльпаны	26. Sun Lover	42,6±4,35	29,5±2,43	П
	27. Mondial	53,9	44	ПП
IV группа — виды тюльпанов и их гибриды				
12 класс — тюльпаны Кауфмана	28. Giuseppe Verdi	55,9±1,55	38,4±1,26	П
13 класс — тюльпаны Фостера	29. Purissima	49,6±4,71	26,2±1,51	П
	30. Sweetheart	40,8±3,35	34,4±1,88	ПП
	31. Candela	49,1±3,07	41,2±2,56	ПП
14 класс — тюльпаны Грейга	32. Calipso	58,8±3,03	35,6±1,38	П
	33. Quebec	52,6±1,97	40,2±1,43	ПП
15 класс — Ботанические	34. Little Princess	59,4±3,80	25,8±1,17	СП
15 класс — Ботанические	35. Praesstans Fusilier	60,9±2,62	29,0±1,44	СП
	36. Little Beauty	51,6±2,79	33,0±2,08	П
	37. Tulipa Tarda	58,1±4,57	35,2±1,10	П
Среднее значение:		50,4	37,9	—

Примечание: П — продолговатая, ПП — почти продолговатая, СП — сверхпродолговатая

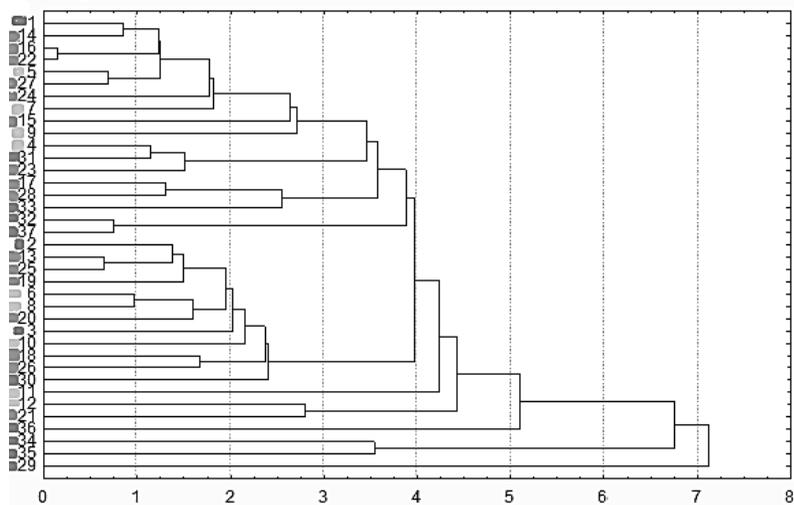
При сравнении морфометрических признаков (ширина, длина) пыльцевых зерен садовых сортов тюльпанов было выявлено, что для пыльцы большинства сортов в пределах класса характерно среднее варьирование признаков.

По литературным данным известно существование прямой корреляционной зависимости между размером пыльцы и плоидностью [4, с. 1698]. Существование данной зависимости нами не было подтверждено, о чем свидетельствует полученный нами коэффициент корреляции ($r=-0,25$).

Взаимосвязь между средней длиной пыльцы и средним размером цветка ($r=-0,38$), между средней длиной пыльцевых зерен и средней высотой растения ($r=-0,49$) в рассматриваемых нами классах, зависимость между длиной пыльцы и средней продолжительностью цветения исследуемых сортов тюльпанов ($r=0,38$) не была обнаружена, о чем свидетельствуют полученные коэффициенты корреляции.

При помощи критерия Стьюдента была оценена однородность пыльцы сортов внутри классов. В результате было выявлено отсутствие достоверных различий по обоим признакам (длина, ширина) у отдельных сортов в пределах 4-х из 14 классов. Остальные сорта в пределах классов достоверно различаются.

Согласно полученным результатам кластерного анализа, рассматриваемые сорта садовых тюльпанов весьма разнородны и представлены в пределах двух выделенных групп (первая группа: сорта № 1—№ 37, вторая: сорта № 2—№ 30) всеми четырьмя группами тюльпанов по срокам цветения (рис. 1.). Оригинальными оказались 4 сорта садовых тюльпанов: *Purissima* (№ 29), *Little Princess* (№ 34), *Praesstans Fusilier* (№ 35) и *Little Beauty* (№ 36).



- I группа: раноцветущие
- II группа: среднецветущие
- III группа: поздноцветущие
- IV группа: виды тюльпанов и их гибриды

Рисунок 1. Кластерный анализ садовых сортов тюльпанов по морфометрическим признакам
Обозначения: по вертикали — сорта садовых тюльпанов, по горизонтали — мера удаленности (Евклидово расстояние)

Методом однофакторного дисперсионного анализа статистически достоверно установлено, что при указанном уровне значимости ($P=0,05$), в рассматриваемых нами классах садовых тюльпанов, изменчивость морфометрических параметров внутри сортов выше, чем между ними. Различия линейных параметров пыльцы в пределах

групп (внутри и между группами сортов тюльпанов по срокам цветения) отсутствуют (табл. 2).

Таблица 2.

Результаты однофакторного дисперсионного анализа морфометрических признаков садовых сортов тюльпанов

По классам							
Параметр	Источник вариации	SS	Df	MS	F	P	F _{крит.}
Ширина	Между группами	8113,38	99	81,95	1,499	0,002	1,270
	Внутри групп	34986,29	640	54,67			
Длина	Между группами	13688,40	99	138,27	1,813	1,241	1,270
	Внутри групп	48804,02	640	76,26			
По группам							
Ширина	Между группами	17292,04	299	57,83	0,986	0,550	1,189
	Внутри групп	25807,62	440	58,65			
Длина	Между группами	25279,44	299	84,55	1,000	0,499	1,189
	Внутри групп	37212,99	440	84,57			

Примечание. SS — сумма квадратов отклонений, Df — число степеней свободы, MS — средний квадрат отклонений, F — отношение выборочных дисперсий (критерий Фишера), P — уровень значимости, F_{крит.} — критические значения критерия Фишера

Таким образом, результаты критерия Стьюдента, кластерного анализа и однофакторного дисперсионного анализа свидетельствуют о разнородности пыльцевых зерен садовых сортов тюльпанов в пределах рассматриваемых классов.

В результате проведенного исследования пыльцевых зерен 37 сортов садовых тюльпанов, были определены морфометрические параметры (длина, ширина) и степень их варьирования, форма пыльцы. Отмечена разнородность пыльцевых зерен в пределах рассматриваемых классов, что подтверждают результаты критерия Стьюдента, кластерного анализа, однофакторного дисперсионного анализа. Установлено отсутствие прямой корреляционной зависимости между размером пыльцы и плоидностью, средней длиной пыльцы и средним размером цветка, средней длиной пыльцевых зерен и средней высотой растения, длиной пыльцы и средней продолжительностью цветения исследуемых сортов тюльпанов.

Список литературы:

1. Глубшева Т.Н. Каталог тюльпанов коллекции ботанического сада БелГУ / Т.Н. Глубшева, О.В. Нецветаева. — Белгород: Константа, 2011. — 72 с.
2. Косенко В.Н. Возможные направления эволюции оболочки пыльцевого зерна в роде *Tulipa* (Liliaceae). // Ботанический журнал. — Л.: Наука. — 1990. — Т. 75. — № 7. — С. 929—941.
3. Косенко В.Н. Морфология пыльцы и вопросы систематики семейства Liliaceae. // Ботанический журнал. — Л.: Наука. — 1992. — Т. 77. — № 3. — С. 1—15.
4. Кутлунина Н.А., Жеребцова М.И., Зимницкая С.А. Размер и качество пыльцевых зерен видов *Tulipa* (Liliaceae) и *Saxifraga* (Saxifragaceae) разной плоидности. // Ботанический журнал. — Л.: Наука. — 2006. — Т. 91. — № 11. — С. 1695—1702.
5. Сладков А.Н. Введение в споро-пыльцевой анализ. М.: Наука, 1967. — 269 с.

4.3. ЗООЛОГИЯ

МЕЖВИДОВЫЕ И ВНУТРИВИДОВЫЕ ОТНОШЕНИЯ ЛЕГОЧНОЙ НЕМАТОДЫ RHABDIAS BUFONIS У ОСТРОМОРДОЙ ЛЯГУШКИ В ПРИПОЙМЕННЫХ БИОТОПАХ РЕКИ ИРТЫШ В 2012 Г.

Тарасовская Наталия Евгеньевна

*д-р биол. наук, профессор кафедры общей биологии
Павлодарского государственного педагогического института,
г. Павлодар, Казахстан*

E-mail: dianakasenbekova@mail.ru

Легочная нематода *Rhabdias bufonis* паразитирует у широкого круга амфибий. У остромордой лягушки в пойме р. Иртыш она является наиболее многочисленным паразитом и может служить удобной полевой моделью для изучения межвидовых и внутривидовых отношений гельминтов. Будучи гематофагом, рабдиас оказывает существенную энергетическую нагрузку на организм хозяина, а значит, у этого вида гельминтов должны быть сформированы механизмы саморегуляции численности популяций и взаимодействия с другими видами гельминтов для сохранения оптимального равновесия в системе паразит-хозяин. Размеры тела гельминтов могут быть достоверными (если не прямыми, то косвенными) индикаторами их взаимодействия между собой и с организмом хозяина, поэтому из методов оценки межвидовых и внутривидовых взаимодействий нематод и оценки влияния организма хозяина мы избрали морфометрический анализ.

Следует отметить, что весной 2012 г. на реке Иртыш не было ни естественного паводка, ни компенсаторного попуска воды. Пойменные биотопы были сухими, до июня лягушек не отмечалось. Подавляющее большинство отловленных лягушек были крупными половозрелыми экземплярами, и, видимо, мигрантами. В 2012 г. рабдиасы достигали максимальных размеров по сравнению с предыдущими годами исследования, что могло оказать существенное

влияние на пластические и энергетические потребности гельминтов и характер их взаимодействий в паразитоценозе.

Материал и методика. В бесснежный период 2012 г. в одном из правобережных припойменных биотопов р. Иртыш (пойма р. Усолка) было отловлено 136 экз. остромордой лягушки, от которых было собрано 260 экз. половозрелых партеногенетических самок *R.bufo*. Для этого лягушек подвергали полному гельминтологическому вскрытию по общепринятым методикам [1, с. 123—125]. При установлении видового статуса гельминтов мы придерживались систематики и определительных ключей, изложенных в монографии К.М. Рыжикова с соавт. [2, с. 151—165] и К.И. Скрыбина с соавт. [3, с. 158—167].

Половозрелые экземпляры нематод для морфологического анализа измеряли с помощью окуляр-микрометра с известной ценой деления на микроскопе МБС-10. Измерялась общая длина, максимальная ширина, длина пищевода, длина хвоста и расстояние от заднего конца до вульвы. Количественные данные обрабатывали статистически, с вычислением средней арифметической каждой величины, ее дисперсии и ошибки репрезентативности [4, с. 38—39, 46, 156, 101—106].

Результаты и их обсуждение. Количество нематод, одновременно присутствующих в хозяине, оказывало существенное влияние на их абсолютные размеры. Как видно из таблицы 1, *R.bufo* достигали значительной длины и ширины при паразитировании лишь 1 экземпляра. Затем размеры прогрессивно снижались, достигнув минимума при количествах 11—16 и особенно 16—20 экз., а количество более 21 рабдиасов одновременно (30 экз.) были максимальными. Другие параметры нематод — длина пищевода и хвоста, расстояние от заднего конца тела до вульвы — менялись пропорционально их длине и ширине.

По результатам ранее проведенных исследований, единичные нематоды *R. Bufo* [5, с. 106—111] (как и *Oswaldocruzia filiformis* [6, с. 97—104]) всегда имели минимальные размеры. Затем длина и ширина гельминтов постепенно увеличивались, снижаясь лишь при достижении порогового количества гельминтов, за которым, видимо, начиналась пространственная и трофическая конкуренция (обычно это более 30 экз. нематод каждого вида). Аналогичное явление наблюдалось нами и у нематоды *Heterakis gallinarum* у домашних кур, у ряда оксиурат и спирурат грызунов.

Обобщая ранее полученные данные по отношениям гельминтов у разных видов хозяев, мы пришли к выводу, что отношения

гельминтов одного или разных видов между собой и с организмом хозяина складываются поэтапно, в зависимости от количества паразитов и ресурсов организма хозяина. Антагонизм или синергизм паразитов лабильны, многообразны по способам и результатам и могут динамично сменять друг друга в зависимости от состояния системы «паразит-хозяин».

При единичных гельминтах, по нашему мнению, имеет место угнетение и противостояние паразитов организму хозяина с синергизмом паразитов одного или нескольких видов между собой — когда ресурс организма достаточен, но малодоступен, размеры гельминтов малы, и синергизм паразитов направлен на преодоление иммунных барьеров и получение доступа к ресурсу. Иногда единичные особи мелких и малопатогенных гельминтов не детектируются организмом хозяина, своим питанием и жизнедеятельностью не причиняют вреда, не конкурируют между собой при достаточном ресурсе, имеют крупные размеры — мы назвали этот этап нейтрализмом, и он нередко предшествует этапу угнетения организмом хозяина малочисленных паразитов.

При среднем числе паразитов наступает этап их оптимального равновесия во взаимодействиях с организмом хозяина — когда паразиты в определенной степени преодолевают резистентность организма, получают доступ к ресурсу и достигают максимальных размеров. При сочетании нескольких видов гельминтов размеры каждого вида червей обычно увеличиваются.

При большом числе гельминтов одного или разных видов наступает этап межвидовой и внутривидовой конкуренции — когда в организме хозяина имеет место иммунологическое утомление, ресурсы организма уменьшаются, между паразитами начинается трофическая и пространственная конкуренция и коингибиция продуктами жизнедеятельности. Результатом является уменьшение абсолютных размеров паразитов, которое зависит не только от величины, но и от таксономической принадлежности гельминтов [7, с. 464—465].

Среди причин постепенного снижения размеров нематод *Rhabdias bufonis* при паразитировании от 1 до 20 экз. в хозяине можно предположить как размеры, так и какие-то физиологические особенности гельминтов. В 2012 г. нематоды этого вида у лягушек в припойменном биотопе р. Иртыш были крупнее, чем в предыдущие годы исследования. И, видимо, уже начиная с количества 2—5 экз., имеет место существенная конкуренция за пространство и трофические ресурсы (эксплуатацию сосудистой сети в легких). Не исключено также и то, что при питании большого количества

крупных нематод уменьшается скорость кровотока, что нарушает возможность питания отдельных особей червей.

Возможно также, что антигенные и иммуногенные свойства гельминтов год от года могут меняться. И, вероятно, летом 2012 года рабдиасы вызывали значительные общие и местные реакции организма лягушек, уменьшая доступный трофический ресурс. И только при количестве 30 экз. гельминты, видимо, «сломали» иммунные барьеры хозяина, в полной мере воспользовались ресурсами его организма и достигли значительной величины.

Следует также отметить, что большинство зрелых экземпляров легочных *R. bufonis* летом 012 г. не имели обычного для этих нематод темно-коричневого содержимого кишечника (полупереваренной крови). В предыдущие годы исследования такие экземпляры рабдиасов наблюдались нами крайне редко.

Рабдиасы — облигатные гематофаги, и для достижения половозрелости должны обязательно потреблять кровь (гельминты, оказавшиеся в полости тела, по данным разных авторов и нашим наблюдениям, не бывают половозрелыми, хотя нередко имеют значительную длину — до 3 мм). Значит, мы вряд ли можем предположить возможность питания легочных рабдиасов какой-то другой субстанцией, кроме крови. По всей вероятности, в 2012 г. *R. bufonis* отличались какими-то особенностями пищеварительных и окислительно-восстановительных ферментов, превращавших гем в бесцветную форму. Возможно, усвоение пластических и энергетических веществ организма хозяина у таких червей было достаточно эффективным, то привело к крупным размерам. Вероятно, какие-то изменения в биохимических особенностях гельминтов вызвали изменение реактивности организма хозяев, в результате чего последние усилили иммунный ответ и сделали доступ трофических ресурсов организма ограниченным для паразитов.

Следует отметить, что в 2012 г. значительную часть беснежного периода отлавливались преимущественно крупные взрослые лягушки, которые были, очевидно, мигрантами. Как было сказано выше, пойменные биотопы весной и летом были сухими, без разлива и компенсаторного попуска воды. Мигрирующие взрослые особи лягушек отмечались нами также в середине лета 2010 г. (а к августу-сентябрю популяция уже имела обычный состав — с преобладанием молодых лягушек 1—2 лет). Возможно, миграции амфибий приводят к изменениям генофонда у гельминтов и, соответственно, физиологических особенностей нематод. И тот факт, что *R. bufonis* развивается с облигатным формированием раздельнополого свободноживущего

поколения в почве, увеличивает вероятность комбинативной изменчивости паразитов при миграциях хозяев.

Таблица 1.

**Размеры нематод *Rhabdias bufonis* в пойме р. Усолка
в зависимости от числа гельминтов в одном хозяине**

Объем и характер выборки	Параметр	Среднее значение	Дисперсия	Лимиты	
				Минимум	Максимум
1 экз., n = 19	Длина	6,8053±0,3355	2,0258041	4,5	9,8
	Ширина	0,2618±0,0099	0,0017617	0,15	0,35
	Длина пищевода	0,3645±0,0097	0,0016886	0,275	0,45
	Длина хвоста	0,1487±0,00605	0,000658	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	2,4079±0,1260	0,28562865	1,7	3,9
	Длина яйца	0,10168±0,00242	0,00010545	0,084	0,126
	Ширина яйца	0,04384±0,00133	0,000031807	0,035	0,056
2—5 экз.; n = 86	Длина	6,19302±0,1516	1,9530096	2,85	9,3
	Ширина	0,2509±0,0051	0,00224966	0,125	0,375
	Длина пищевода	0,3445±0,0042	0,0015059	0,275	0,45
	Длина хвоста	0,1427±0,0028	0,00066	0,075	0,2
	Расстояние до вульвы	2,1703±0,05201	0,22990458	1,15	3,2
	Длина яйца	0,09891±0,00130	0,00014321	0,07	0,126
	Ширина яйца	0,04224±0,00062	0,0000327985	0,035	0,056
1—5 экз.; n = 105	Длина	6,3038±0,1388	2,002918	2,85	9,8
	Ширина	0,2526±0,0046	0,00216255	0,125	0,375
	Длина пищевода	0,3481±0,0039	0,0015829	0,275	0,45
	Длина хвоста	0,1438±0,0025	0,000658	0,075	0,2
	Расстояние до вульвы	2,2133±0,0486	0,24578205	1,15	3,9
	Длина яйца	0,09941±0,00114	0,00013646	0,07	0,126
	Ширина яйца	0,04253±0,00056	0,0000326936	0,035	0,056

6—10 экз.; n = 89	Длина	6,3807±0,1439	1,8224677	3,75	9,4
	Ширина	0,2593±0,0051	0,00226395	0,175	0,35
	Длина пищевода	0,3494±0,0049	0,0021304	0,275	0,45
	Длина хвоста	0,1503±0,0028	0,000717	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	2,2466±0,0514	0,2327726	1,3	3,65
	Длина яйца	0,10209±0,00161	0,00022808	0,07	0,140
	Ширина яйца	0,04373±0,00069	0,0000415174	0,035	0,056
11—15 экз.; n = 20	Длина	5,995±0,2495	1,1831316	3,6	7,8
	Ширина	0,2375±0,0082	0,00128289	0,175	0,275
	Длина пищевода	0,3475±0,0091	0,0015724	0,25	0,4
	Длина хвоста	0,1563±0,0061	0,000715	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	2,105±0,0866	0,14260526	1,35	2,8
	Длина яйца	0,1001±0,00230	0,00017073	0,084	0,126
	Ширина яйца	0,04340±0,00161	0,0000495158	0,035	0,056
16—20 экз.; n = 16	Длина	5,7063±0,1463	0,3212917	4,8	6,8
	Ширина	0,2313±0,005	0,000375	0,2	0,25
	Длина пищевода	0,3438±0,0080	0,0009583	0,275	0,375
	Длина хвоста	0,1359±0,0066	0,000664	0,1	0,175
	Расстояние до вульвы	2,0156±0,0577	0,04990625	1,65	2,4
	Длина яйца	0,0945±0,0028	0,0001176	0,084	0,112
	Ширина яйца	0,04375±0,00168	0,0000424667	0,035	0,056
Болезне 21 экз.; n = 30	Длина	7,935±0,2426	1,7072672	5,3	10,8
	Ширина	0,3392±0,0070	0,00140876	0,225	0,375
	Длина пищевода	0,3933±0,0083	0,0019799	0,35	0,525
	Длина хвоста	0,1467±0,0051	0,000764	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	2,8283±0,0888	0,22891092	1,85	3,75
	Длина яйца	0,10593±0,00252	0,00018496	0,07	0,126
	Ширина яйца	0,04503±0,00131	0,0000496195	0,035	0,056

Применение морфометрического анализа к оценке межвидовых отношений показало, что *R. bufonis* в присутствии легочной трематоды

Narplometra cylindracea имели не более крупные, а статистически достоверно меньшие линейные размеры (таблица 2). Выявить длину и ширину рабдиасов в моноинвазии не удалось, поскольку не было репрезентативной выборки (всего 2 экз.).

В присутствии кишечной нематоды *Oswaldocruzia filiformis* существенно увеличивало линейные размеры рабдиасов, особенно длину. В бинарном сочетании с гастроинтестинальной трематодой *Opisthioglyphe ranae* рабдиасы существенно снижали длину тела и пищевода, но не проигрывали в ширине. Одновременное присутствие нематоды и трематоды с кишечной локализацией приводило к уменьшению ширины нематод, а длина была несколько больше, чем в сочетании рабдиасов только с кишечной трематодой.

Таблица 2.

**Размеры нематод *Rhabdias bufonis* в пойме р. Усолка
в зависимости от сочетаний с другими гельминтами**

Объем и характер выборки	Параметр	Среднее значение	Дисперсия	Лимиты	
				Минимум	Максимум
Рабдиас без <i>N.cylindracea</i> , n = 98	Длина	6,2923±0,1325	1,7036264	2,85	9,3
	Ширина	0,2587±0,0045	0,00196008	0,125	0,375
	Длина пищевода	0,3482±0,0038	0,0014079	0,275	0,45
	Длина хвоста	0,1423±0,0026	0,000662	0,075	0,20
	Расстояние до вульвы	2,2066±0,0458	0,2032803	1,15	3,2
	Длина яйца	0,10137±0,00128	0,00015922	0,07	0,126
	Ширина яйца	0,04343±0,00061	0,0000363299	0,035	0,056
Без <i>N.cylindracea</i> + <i>O.filiformis</i> ; n = 48	Длина	6,5896±0,2081	2,0363785	4,1	9,3
	Ширина	0,2615±0,0066	0,00202017	0,15	0,375
	Длина пищевода	0,3547±0,0053	0,0013206	0,275	0,45
	Длина хвоста	0,1417±0,0037	0,000647	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	2,3115±0,0735	0,25417442	1,45	3,2
	Длина яйца	0,09771±0,00155	0,00011251	0,084	0,112
	Ширина яйца	0,04258±0,00084	0,0000330142	0,035	0,056
Без <i>N.cylindracea</i> +	Длина	5,6273±0,3171	1,0056818	4,15	7,15
	Ширина	0,2614±0,0082	0,00067045	0,2	0,3

O.ranae; n = 11	Длина пищевода	0,3273±0,0103	0,0010568	0,275	0,375
	Длина хвоста	0,1432±0,0094	0,000886	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	1,9682±0,1103	0,12163636	1,45	2,6
	Длина яйца	0,10818±0,00447	0,00019956	0,084	0,126
	Ширина яйца	0,04645±0,00248	0,0000614727	0,035	0,056
Без H.cylindracea + O.filiformis + O.ranae; n = 37	Длина	6,0622±0,1905	1,306723	2,85	7,9
	Ширина	0,25405±0,0081	0,00234422	0,125	0,35
	Длина пищевода	0,3453±0,0066	0,0015569	0,275	0,425
	Длина хвоста	0,1426±0,0043	0,000655	0,075	0,2
	Расстояние до вульвы	2,1243±0,0616	0,13661411	1,15	2,7
	Длина яйца	0,10389±0,00226	0,00018465	0,07	0,126
R.bufoinis +H.cylindracea; n = 162	Ширина яйца	0,04303±0,00097	0,0000337703	0,035	0,056
	Длина	6,5579±0,1175	2,2219645	3,35	10,8
	Ширина	0,2647±0,0045	0,00321929	0,15	0,375
	Длина пищевода	0,3566±0,0038	0,002281	0,25	0,525
	Длина хвоста	0,1495±0,0021	0,000718	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	2,3167±0,0426	0,29189441	1,3	3,9
	Длина яйца	0,10051±0,00109	0,00019211	0,07	0,140
R.bufoinis +H.cylindracea в бинарном сочетании; n = 23	Ширина яйца	0,04334±0,00051	0,0000417163	0,035	0,056
	Длина	6,2065±0,2277	1,1409783	4,0	8,6
	Ширина	0,2674±0,0103	0,00235425	0,15	0,35
	Длина пищевода	0,3413±0,0076	0,0012846	0,275	0,425
	Длина хвоста	0,1391±0,0055	0,000672	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	2,1587±0,0814	0,14583004	1,4	3,0
	Длина яйца	0,10774±0,00291	0,00018593	0,084	0,140
	Ширина яйца	0,04656±0,000153	0,0000517115	0,035	0,056

R. bufonis +H. cylindracea+ O. filiformis; n = 61	Длина	5,6836±0,1376	1,1358934	3,35	9,0
	Ширина	0,2295±0,0047	0,00134392	0,15	0,35
	Длина пищевода	0,3389±0,00502	0,0015109	0,25	0,45
	Длина хвоста	0,15205±0,0033	0,000652	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	2,0033±0,0456	0,1248224	1,3	3,0
	Длина яйца	0,095705±0,00162	0,00015798	0,07	0,126
	Ширина яйца	0,04188±0,00076	0,0000351033	0,035	0,056
R. bufonis +H. cylindracea+ O. filiformis+ O. ranae; n = 77	Длина	7,3134±0,1667	2,1125674	4,4	10,8
	Ширина	0,2912±0,0066	0,00335142	0,175	0,375
	Длина пищевода	0,3747±0,0058	0,0025904	0,275	0,525
	Длина хвоста	0,1513±0,0031	0,000738	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	2,5916±0,0609	0,28167122	1,65	3,75
	Длина яйца	0,10218±0,00159	0,00019118	0,07	0,126
	Ширина яйца	0,04354±0,00073	0,0000407775	0,035	0,056

В бинарном сочетании *R. bufonis* с легочной трематодой *H. cylindracea* нематоды существенно уменьшали длину и несколько увеличивали ширину. Возможно, при совместной с гаплотрой эксплуатации пространства в легких сформировались более брахиоморфные нематоды, которые компактно укладывались в ячеях легкого лягушки (за счет чего достигалась экономия пространства и стационарное питание нематод-гематофагов, приводящее к меньшим кровопотерям от перфорации сосудов).

В сочетании *R. bufonis* с *H. cylindracea* и кишечной нематодой *O. filiformis* существенно снизились все линейные размеры рабдиасов. Сочетаний двух легочных гельминтов с кишечной трематодой *O. ranae* были единицы, так что получить статистически достоверных данных о размерах гельминтов не удалось.

Максимальных размеров *R. bufonis* достигали при одновременном присутствии всех 4 видов половозрелых гельминтов — то есть в сочетании с легочной трематодой и двумя видами гастроинтестинальных гельминтов. Определенный синергизм *R. bufonis* с *H. cylindracea* (периодически наблюдавшийся нами также в предыдущие годы исследований) мог быть обусловлен тем, что трематоды, по нашим наблюдениям, вызывают местную гиперемии, расширение сосудов в легких, что может облегчить питание нематод.

Следует отметить, что в результате исследований, проведенных в предыдущие годы, нами также фиксировалось увеличение абсолютных размеров не только *R. bufonis*, но и других видов гельминтов остромордой лягушки в присутствии всех 4 видов паразитических червей, что можно расценить как межвидовой синергизм паразитов в освоение ресурсов организма хозяина. Однако ранее мы отмечали значительный синергизм *R. bufonis* с кишечной трематодой *Opisthioglyphe ranae* и антагонизм — с кишечной нематодой *Oswaldocruzia filiformis*, что пытались объяснить за счет сходства реакций организма хозяина на представителей одного класса гельминтов, и, следовательно, возможное угнетение друг другом нематод с любой локализацией за счет реципрокных иммунных реакций. Хотя в биотопе, где отсутствовали трематоды (заброшенный песчаный карьер в окрестностях города), нематоды *R. bufonis* и *O. filiformis* имели более крупные размеры в сочетании друг с другом, нежели в моноинвазии.

Полученные в 2012 г. результаты морфометрического анализа позволяют подтвердить ранее высказанное предположение об изменении иммуногенных свойств *R. bufonis*: возможно, 2 вида одновременно паразитирующих нематод усиливали реакции организма хозяина, приводя к угнетению линейного роста друг друга.

Таблица 3.

**Размеры нематод *Rhabdias bufonis* в пойме р. Усолка
в зависимости от возраста и размеров хозяев**

Объем и характер выборки	Параметр	Среднее значение	Дисперсия	Лимиты	
				Минимум	Максимум
Крупные половозрелые лягушки, n = 197	Длина	6,5956±0,1036	2,1030972	3,35	10,8
	Ширина	0,2647±0,0039	0,0030475	0,15	0,375
	Длина пищевода	0,3589±0,0033	0,0020891	0,25	0,525
	Длина хвоста	0,1486±0,0019	0,000728	0,1	0,2
	Расстояние до вульвы	2,3246±0,0371	0,26932702	1,3	3,75
	Длина яйца	0,10117±0,00099	0,00019139	0,07	0,140
	Ширина яйца	0,04363±0,00048	0,0000443147	0,035	0,056

Мелкие незрелые лягушки; n = 63	Длина	6,0270±0,16101	1,6073246	2,85	9,8
	Ширина	0,2552±0,0053	0,00175723	0,125	0,35
	Длина пищевода	0,3365±0,0044	0,0012062	0,275	0,4
	Длина хвоста	0,1413±0,0031	0,000608	0,075	0,2
	Расстояние до вульвы	2,1206±0,0574	0,20448669	1,15	3,9
	Длина яйца	0,09978±0,00151	0,00014221	0,07	0,126
	Ширина яйца	0,04256±0,00062	0,0000241864	0,035	0,056

Для подтверждения или отрицания нашего предположения о том, что пространство в легких является одним из наиболее существенных факторов, предопределяющих размеры *R. bufonis* и, как следствие, пространственную внутривидовую и межвидовую конкуренцию, мы сравнили размеры рабдиасов из легких мелких неполовозрелых и крупных взрослых лягушек (таблица 3). Оказалось, что все линейные размеры *R. bufonis* от зрелых лягушек достоверно выше, чем соответствующие параметры нематод от мелких лягушек моложе 2—3 лет. Не исключено, что, помимо общего объема легких, могли сыграть роль такие факты, как развитие сосудистой сети и ячеек в легких крупных взрослых лягушек, что обуславливает доступ к питанию кровью и частичную изоляцию отдельных особей гельминтов в разросшихся ячеек легкого (что фактически наблюдалось нами в отношении как легочных нематод, так и трематод у амфибий). Возможно также, что у мелких лягушек с узким просветом магистральных сосудов в плане попадания в легкие выигрывают мелкие тонкие личинки, из которых затем формируются более мелкие (или долихоморфные) нематоды.

Список литературы:

1. Котельников Г.А. Гельминтологические исследования животных и окружающей среды. — М.: Колос, 1983. — 208 с.
2. Лакин Г.Ф. Биометрия [Учеб. пособие для биол. спец. вузов]. — М.: Высшая школа, 1980. — 293 с.
3. Рыжиков К.М., Шарпило В.П., Шевченко Н.Н. Гельминты амфибий фауны СССР. — М.: Наука, 1980. — 279 с.
4. Скрябин К.И., Шихобалова Н.П., Соболев А.А., Парамонов А.А., Судариков В.Е. Определитель паразитических нематод /Под ред. Академика К.И. Скрябина. — Т. IV. Камалланаты, рабдитаты, тиленхаты, трихоцефалаты, диоктофиматы и распределение паразитических нематод по хозяевам. — М.: изд-во АН СССР, 1954. — 927 с.

5. Тарасовская Н.Е. Синергизм и антагонизм в гемипопуляциях нематоды *Rhabdias bufonis* от остромордой лягушки //Вестник КазНУ. Серия биологическая. — Алматы, 2011. — № 4 (50). — С. 106—111.
6. Тарасовская Н.Е. Внутривидовые взаимодействия нематоды *Oswaldocruzia filiformis* от остромордой лягушки и их влияние на размеры гельминтов //Гылым жэне билим. Наука и образование. Научно-практический журнал Западно-Казахстанского аграрно-технического университета имени Жангир хана. — Уральск: ЗКАТУ, 2009. — № 3 (16). — С. 97—104.
7. Tarassovskaja N.E., Zhumabekova B.K., Syzdykova G.K. Stages of interspecific and interspecific interactions between helminthes //Materials of XI European Multicolloquium of Parasitology. — Cluj-Napoca, Romania, 2012. — P. 464—465.

4.4. МИКРОБИОЛОГИЯ И ВИРУСОЛОГИЯ

ИССЛЕДОВАНИЕ СЪЕДОБНЫХ ГРИБОВ В КАЧЕСТВЕ ПРОДУЦЕНТОВ ЛИГНОЛИТИЧЕСКИХ ФЕРМЕНТОВ

Ковальных Екатерина Леонидовна

аспирант Вятского государственного университета, г. Киров

E-mail: mckaysga@mail.ru

Шевченко Елена Александровна

аспирант Вятского государственного университета, г. Киров

E-mail: shevchenko7000@mail.ru

Бессолицына Екатерина Андреевна

канд. биол. наук,

доцент Вятского государственного университета, г. Киров

E-mail: bess2000@mail.ru

Дармов Илья Владимирович

д-р биол. наук, профессор, начальник кафедры микробиологии

Вятского государственного университета, г. Киров

E-mail: Kat_mb@vyatsu.ru

В медицине и косметологии большое значение имеет получение биологически активных веществ (витаминов, убихинонов, ферментов, антиоксидантов, и др). Высшие базидиальные грибы служат источником таких веществ, что выдвигает их на первый план в качестве дешевого сырья для получения фармакологически ценных компонентов [1, с. 196; 4, с. 8].

В настоящее время в медицинскую и косметологическую практику внедряются различные композиции из экстрактов плодовых тел грибов и их мицелия. Гетерополисахариды используются в качестве иммунокорректоров (трутовик плоский (*Ganoderma applanatum*)), хитин, глюканы и меланин — в качестве сорбентов (трутовик настоящий (*Fomes fomentarius*)). Но использование несъедобных грибов в качестве продуцентов, требует сложной

проверки получаемых препаратов на токсичность и аллергенность [3, с. 253; 5, с. 75; 6, с. 266].

В связи с этим актуально получение заведомо нетоксичных препаратов ферментов и других биологически активных веществ. Эта проблема может быть решена внедрением в производство съедобных грибов как источников ценных фармакологических веществ.

В данном исследовании оценивалась возможность получения из съедобных грибов отбеливающего косметического препарата ферментов лигнолитического комплекса. У грибов определялось наличие трех ферментов: лакказы, лигнинпероксидазы и марганец-пероксидазы.

Для исследований было отобрано 7 видов съедобных грибов: белый гриб березовый (*Boletus betulicola*), подосиновик красный (*Leccinum aurantiacum*), подберезовик обыкновенный (*Leccinum scabrum*), масленок обыкновенный (*Suillus luteus*), рыжик настоящий (*Lactarius deliciosus*), вешенка обыкновенная (*Pleurotus ostreatus*), опенок осенний (*Armillaria mellea*).

На первом этапе исследования определяли наличие генов лигнолитического комплекса в геноме базидиальных грибов, используя метод ПЦР [2, с. 134]. По результатам ПЦР — анализа сделан вывод, что белый гриб березовый, рыжик настоящий, вешенка обыкновенная, опенок осенний содержат в своем геноме гены всех трех лигнолитических ферментов. Однако у них возможно наличие нетранскрибируемых генов, поэтому на втором этапе исследований выявляли экспрессию генов по наличию РНК методом обратной транскрипции (ОТ-ПЦР).

По результатам ОТ-ПЦР было установлено, что у белого гриба березового экспрессируются гены лакказы (фрагменты 450 и 200 п. н.). ПЦР анализ показал наличие генов трех изоформ фермента (150, 200 и 300 п. н.), но экспрессируется из них только один.

У вешенки обыкновенной экспрессируются гены лакказы и лигнинпероксидазы. При этом из обнаруженных в результате ПЦР трех генов лакказы (210, 250 и 300 п. н.) экспрессируется только один (обнаружена кДНК размером 210 п. н.). Из двух генов лигнинпероксидазы (180 и 300 п. н.) экспрессируется также один (150 п. н.).

У опенки экспрессируются только гены лигнинпероксидазы. При этом ПЦР-анализ выявил наличие фрагмента 200 п. н., а с использованием ОТ-ПЦР была обнаружена кДНК размером 150 п. н., что свидетельствовало о наличии интронов в данном гене.

У рыжика настоящего экспрессируются все три фермента лигнолитического комплекса: лакказы (180, 210 п. н.), лигнин

пероксидаза (200 п. н.) и марганец-зависимая пероксидаза (250 п. н.). При этом несоответствие размеров продуктов, полученных в результате ПЦР и ОТ-ПЦР свидетельствуют о наличии интронов в данных генах.

После двух этапов исследования рыжик настоящий был признан наиболее перспективным для практического применения. На следующем этапе работы этот гриб был выделен в мицелиальную культуру. В полученном мицелии измеряли активность ферментов лигнолитического комплекса колориметрическими методами. Для этого мицелий культивировали в жидкой модифицированной среде Чапека-Докса, содержащей индукторы синтеза ферментов, опил и глюкозу. Питательная среда использовалась в трех вариантах, с содержанием глюкозы 10, 20, 30 г на литр. Каждые 5 суток проводился отбирали 5 мл культуральной жидкости, в которой спектрофотометрически определяли активность ферментов при добавлении соответствующих субстратов.

Для каждой реакции проводили регистрацию зависимости поглощения раствора от времени реакции при длине волны, соответствующей максимуму поглощения продукта данной реакции (для лигнинпероксидазы — 436 нм, лакказы — 410 нм, марганецпероксидазы — 238 нм).

Наибольшую удельную активность лигнинпероксидазы (79,6 е. а/мл) наблюдали на 15 сутки культивирования в среде, содержащей 30 г глюкозы. В среде, содержащей 20 г сахара максимальная удельная активность составила 68,1 е. а/мл. Понижение содержания глюкозы до 10 г/мл привело к снижению удельной активности лигнинпероксидазы до 38 е. а/мл. При культивировании у данного фермента был выявлен только один пик удельной активности.

При измерении удельной активности лакказы было выявлено наличие двух пиков — на 15 и 25 сутки культивирования. Появление второго пика связано с накоплением так называемых «медленных» лакказ. На 15 сутки в среде с содержанием глюкозы 30 г/л выявлена удельная активность лакказ 13 е. а/мл, 20 г/л — 16,9 е. а/мл (максимальное значение), 10 г/л — 10,2 е. а/мл. На 25 сутки культивирования максимальная удельная активность лакказы составила 15,4 е. а/мл (в среде 20 г глюкозы на 1 л). В среде с содержанием сахара 30 г/л — 14,5 е. а/мл, 10 г/л — 10,8 е. а/мл.

Исследования марганецпероксидазы показали, что максимальная удельная активность этого фермента (7,4 е. а/мл) приходится на 15 сутки культивирования в среде, содержащей 10 г глюкозы. В питательной среде с содержанием глюкозы 30 г удельная активность

марганецпероксидазы составила 4,1 е. а/мл, с 20 г глюкозы — 6,6 е. а/мл. Был детектирован один пик марганецпероксидазной активности.

Дальнейшие исследования будут направлены на оптимизацию условий культивирования грибного мицелия и повышение выхода лигнолитических ферментов.

Список литературы:

1. Заикина Н.А. Основы биотехнологии высших грибов: учеб. пособие для студ. обуч. по напр. Биология. М.: Проспект науки, 2007. — 336 с.
2. Изучение экспрессии генов лигнолитического комплекса у съедобных грибов / Е.Л. Ковальных [и др.] // Всероссийская ежегодная научно — техническая конференция «Общество, наука, инновации» (НТК — 2012): сборник материалов: Вятский гос. ун-т., Киров, 2012.
3. Кожемякина Н.В., Афанасьева Е.П., Гурина С.В. Иммуностимулирующая активность мицелия некоторых базидиомицетов // Иммунопатология. Аллергология. Инфектология. — 2010. — № 1. — С. 253—254.
4. Кутафьева Н.П. Морфология грибов: учеб. пособие для студ. вузов, общ. по спец. Биология: доп. М-вом образ. Р.Ф. — 2-е изд. исп. и доп. — Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2003. — 215 с.
5. Огарков Б.Н., Огаркова Т.Р., Салусенок Л.В. Микро- и макромицеты как основа биотехнологических препаратов // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Биология. Экология. — 2010. — Т. 3, № 2. — С. 75—86.
6. Сенюк О.Ф., Курочко Н.Ф., Горовой Л.Ф. Использование грибного препарата микотон в лечении пациентов // Иммунопатология. Аллергология. Инфектология. — 2010. — № 1. — С. 266—267.

4.5. ТОКСИКОЛОГИЯ

ТЕМПЕРАТУРНЫЙ ФАКТОР КАК ФИЗИЧЕСКИЙ МУТАГЕН

Лузянина Ольга Антоновна
студентка 4 курса ПГГПУ

Лаврский Алексей Юрьевич
ассистент ПГГПУ, г. Пермь
E-mail: chetanov@yandex.ru

В настоящее время все большее внимание уделяется растительным системам как средствам оценки уровня влияния тех или иных факторов на живые организмы [2; 3, с. 98]. Одной из наиболее распространенных и простых в освоении тест-систем является *Allium test* [5, p. 101]

Целью нашего исследования было выяснение уровня воздействия физических факторов на протекание процессов на клеточном и тканевом уровне, в первую очередь нас интересовал такой физический фактор, как электромагнитное излучение. Электромагнитное излучение окружает нас повсюду, и изучение его воздействия на настоящее время является крайне актуальным, так как работ в данном направлении ведется не так уж и много [1, 4]. Однако, перед тем как переходить к изучению влияния электромагнитного излучения, необходимо было выявить, при каких температурных условиях в клетках модельного объекта наиболее интенсивно и без каких либо патологий протекает митоз, а также выяснить, при каких температурах митоз начинает протекать патологично.

Для исследования влияния температурного фактора на митотическое деление клеток нами использовались луковицы *Allium cepa*. Для проведения опыта луковицы отбирались по возможности одинаковыми по размеру и помещались в разные емкости так, что донце луковиц соприкасалось в водой. Через 2—3 дня проращивания молодые корни можно использовать для подсчета митотического индекса. Длина корней не должна превышать 1—2 см, после чего луковицы срезаются и фиксируются в фиксаторе Кларка с последующей окраской 2 % ацетоорсеином. После чего методом

раздавливания готовились временные препараты и анализировались на малом увеличении под микроскопом.

Митотический индекс (Mi) рассчитывался по формуле:

$$Mi = \frac{(P + M + A + T)}{N} \cdot 100\% ,$$

где: (P+M+A+T) — сумма клеток, находящихся на стадии профазы, метафазы, ана- и телофазы,

N — общее число проанализированных клеток.

Достоверность различий между средними арифметическими митотических индексов приводилось с помощью t -критерия Стьюдента.

Нами была исследована митотическая активность при следующих температурах: 33, 37, 41 и 45°C. В виде контроля выступали образцы, выращиваемые при 25°C. Объем проведенных работ отражен в табл. 1.

Таблица 1.

Объем проведенных работ

Температура, °C	Количество осмотренных клеток
25 (контроль)	17374
33	8254
37	10463
41	2320
45	3312

В ходе исследования были получены следующие значения митотического индекса (табл. 2).

Таблица 2.

Значение митотического индекса при различных температурах

Температура, °C	Mi , % $M \pm m$
25 (контроль)	1,79±0,077
33	2,40±0,220
37	1,89±0,363
41	0,95±0,043
45	1,71±0,260

Максимальное значение митотического индекса нами было отмечено при 33°C, однако достоверные отличия были выявлены

не во всех случаях. При 33°C он был достоверно выше, чем при 25 и 41 градусе, уровень статистической значимости составил 0,1 и 1 % соответственно.

Для удобства оценки изменчивости митотического индекса мы использовали графическую форму отображения материала (рис. 1).

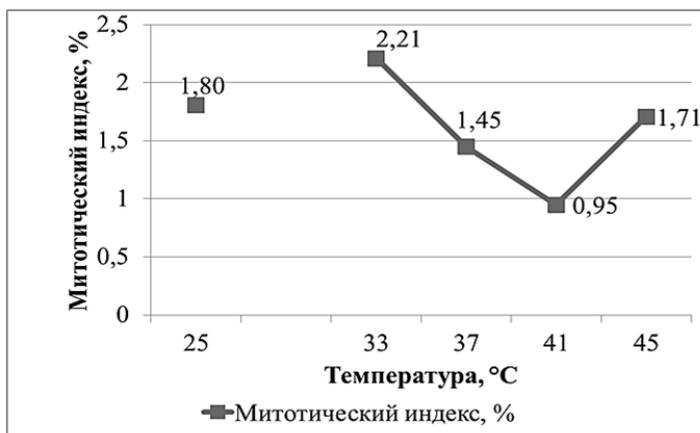


Рисунок 1. Значение митотического индекса при различных температурах

При рассмотрении графика заметны два положительных пика — при 33 и 45°C. Первый пик имеет вполне логичное объяснение — это, по всей видимости, как раз тот самый температурный оптимум для протекания митоза. Наличие на графике второго пика интерпретировать несколько сложнее. Однако при внимательном изучении микропрепаратов было выявлено своеобразное «зависание» клеточного цикла на стадии профазы, что и объясняет высокое значение митотического индекса. То есть в данном случае высокое значение митотического индекса свидетельствует не об интенсивности митоза, а, наоборот, о нарушении клеточного цикла.

Поэтому для проведения регрессионного анализа значения митотического индекса при 45°C использоваться не будут. Результаты применения полиномиальной регрессии к полученным данным представлены на рис. 2.

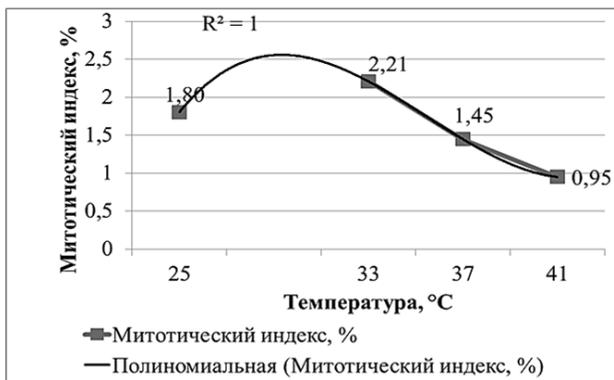


Рисунок 2. Значение митотического индекса при различных температурах с использованием полиномиальной регрессии

Таким образом, мы можем сделать следующие предварительные выводы:

- оптимальные температурные условия для протекания митоза — диапазон температур 28—30°C;
- температуры выше 41°C приводят к нарушению клеточного цикла.

Работа выполнена в рамках ПСР/НИР-15.

Список литературы:

1. Песня Д.С., Романовский А.В., Прохорова И.М. Разработка методики для оценки влияния УВЧ излучения сотовых телефонов и других приборов с ЭМИ на организмы *in vivo* // Ярославский педагогический вестник. — Ярославль: ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2010. — Т. 3 (Естественные науки). — № 3. — С. 80—84.
2. Прохорова И.М. Растительные тест-системы для оценки мутагенов / Сост. И.М. Прохорова. — Ярославль: ЯрГУ, 1988. — 13 с.
3. Тарасов В.А. Принципы количественной оценки генетической опасности химических загрязнителей биосферы // Мутагены и канцерогены в окружающей среде: новые подходы к оценке риска для здоровья. — СПб, 1998. — С. 92—117.
4. Pesnya D.S., Romanovsky A.V. Comparison of cytotoxic and genotoxic effects of plutonium-239 alpha particles and mobile phone GSM 900 radiation in the Allium cepa test // Mutation Research/Genetic Toxicology and Environmental Mutagenesis. — V. 750. — Issues 1—2. — 2013. — P. 27—33.
5. Fiskesjo G. The Allium Test as a standard in environmental monitoring // Hereditas. — 1985. — Т. 102. — P. 99—112.

4.6. ФИЗИОЛОГИЯ

СПЕКТРАЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ ТЕТА-РИТМА У ИСПЫТУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ НАУЧЕНИЯ

Нестерова Оксана Сергеевна

*студент V курса биологического факультета ВНУ им. Леси Украинки,
г. Луцк
E-mail: nesterova.oksana@mail.ru*

Шварц Людмила Алексеевна

*канд. биол. наук, доцент кафедры физиологии человека и животных
ВНУ им. Леси Украинки, г. Луцк
E-mail: lyudmila.shvarcz@mail.ru*

Научение — это совокупность процессов, обеспечивающих приобретение индивидуальной (фенотипической) памяти, которая вызывает приспособленную модификацию поведения [1, с. 133]. Электрическая активность коры головного мозга на частоте тета-ритма сегодня связывается со способностью к повышенному восприятию, творчеством и научением и снижением стресса, тревоги [4]. Несмотря на проведенные исследования, изучение изменений, возникающих в функциональном состоянии головного мозга, остается актуальным как с познавательной, так и с диагностической точки зрения. Анализируя публикации последних лет, исследования функционального значения тета-ритма не теряют своей актуальности. Цель данной работы заключалась в изучении изменений спектральной мощности тета-ритма в процессе научения.

Контингент и методика собственных исследований.

В исследовании принимали участие 10 студентов в возрасте от 18 до 23 лет II—V курсов дневной формы обучения биологического и физического факультетов Восточноевропейского национального университета имени Леси Украинки. В эксперименте принимали участие лица мужского пола, правши. Все испытуемые были здоровыми по данным соматического и психоневрологического обследования и добровольно согласились на участие в эксперименте.

В исследовании использовалась методика электроэнцефалографии. Регистрацию электрической активности коры головного мозга

осуществляли с помощью аппаратно-программного комплекса «Нейроком», разработанного научно-техническим центром радиоэлектронных медицинских приборов и технологий «ХАИ-Медика» Национального аэрокосмического университета «ХАИ» (свидетельство о государственной регистрации № 6038/2007 от 26 января 2007 года). При регистрации электрической активности мозга исследуемые находились в специально оборудованной комнате (экранированной, свето- и звукоизолированной) в положении сидя. При записи ЭЭГ активные электроды размещались по международной системе 10/20 в девятнадцати точках на скальпе головы [3, с. 139]. Регистрация электроэнцефалограммы проводилась монополярно, в качестве референтных использовались ушные электроды A1 и A2. С целью улучшения качества записи использовались дополнительные референтные электроды N (nazion) и Ref [2, с. 27].

Для моделирования процесса научения каждому участнику эксперимента при записи ЭЭГ предлагалась игра «Охота на оленя», в которую испытуемый играл в два подхода. Испытуемый должен был выбрать одного из предложенных животных согласно предварительно предоставленным инструкциям и набрать соответствующую сумму баллов. Показатели спектральной мощности для каждого участника исследования определялись программой автоматически, средние значения обчислялись статистическими методами.

Анализ результатов собственных исследований. В ходе исследования определяли показатели спектральной мощности тета-ритма фоновой пробы и при выполнении задания дважды.

В результате сравнительного анализа средних значений спектральной мощности тета-ритма после первого тестирования по сравнению с фоновой пробой выявлено достоверное снижение этих показателей в правополушарных фронтальном, центральном, задневисочном отведениях (F4, C4, T6), в центральнотеменном и центральном вертексном отведениях (Cz, Pz), а также в левополушарных фронтальном, центральном, передневисочном и теменном отведениях (F3, F7, C3, P3) (рис. 1). Было зафиксировано снижение спектральной мощности тета-ритма после первой серии задач во всех других отведениях (Fp1, Fp2, F8, Fz, T3, T4, T5, P4, O1, O2), но эти показатели не имеют отличий. Анализируя полученные данные, можно сказать, что происходит процесс научения, и десинхронизация в этих участках мозга отражает процессы внимания, в частности, в лобной коре, которая отвечает за аналитическое мышление, в сомато-сенсорной области коры, которая отвечает за осуществление движений, необходимых при выполнении экспериментальных заданий.

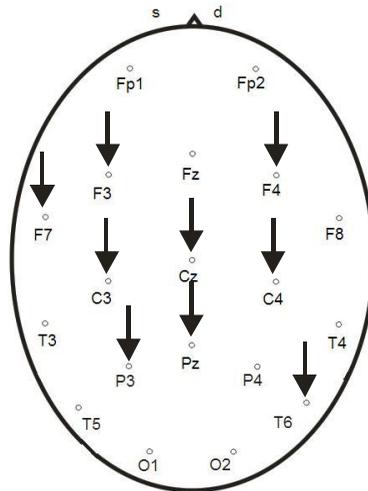


Рисунок 1. Изменение показателей спектральной мощности тета-ритма при выполнении первого задания по сравнению с фоновой пробой

Сравнивая средние значения спектральной мощности тета-ритма после второго тестирования по сравнению с фоновой пробой, отмечается достоверное снижение этих показателей только в центральном фронтальном и центральновертексном отведениях (Fz, Cz) (рис. 2). Во всех остальных отведениях снижение показателей спектральной мощности не имеет достоверных отличий. Это свидетельствует о локализации активности мозга.

При сравнении показателей спектральной мощности тета-ритма первой и второй проб выявлено достоверное увеличение этих показателей во всех отведениях, кроме правополушарных префронтальных, передневисочных и затылочных (Fp2, F8, O2), в которых они снизились, но достоверных различий этих показателей не зафиксировано (рис. 3).

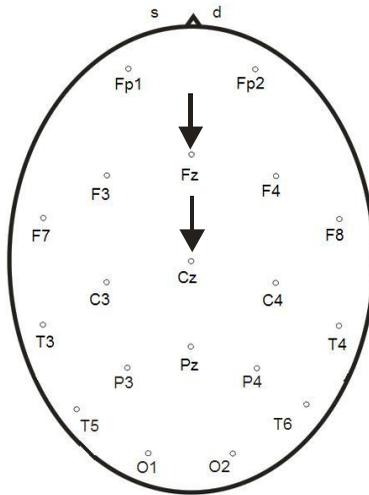


Рисунок 2. Изменение показателей спектральной мощности тета-ритма при выполнении второй задачи по сравнению с фоновой пробой

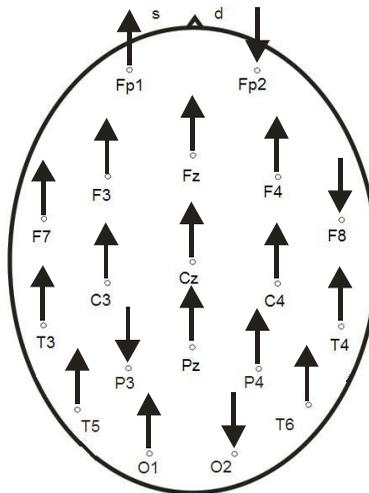


Рисунок 3. Изменение показателей спектральной мощности тета-ритма при выполнении первого тестирования по сравнению со вторым

Выводы

1. Спектральная мощность тета-ритма достоверно снижается после первого тестирования по сравнению с фоновой пробой в правополушарных фронтальном, центральном, задневисочном отведениях (F4, C4, T6), в центральном теменном и центрально-вертексном отведениях (Cz, Pz), а также в левополушарных фронтальном, центральном, передневисочном и теменном отведениях (F3, F7, C3, P3), что отражает процессы внимания.

2. Спектральная мощность тета-ритма достоверно снижается после второй серии выполнения тестовых заданий по сравнению с фоновой пробой только в центральном фронтальном и центрально-вертексном отведениях (Fz, Cz).

3. Во время второго тестирования показатели спектральной мощности свидетельствуют о синхронизации тета-ритма во всех отведениях, за исключением правополушарных префронтальных, фронтальных и затылочных (Fp2, F8, O2) по сравнению с первой серией тестов. Это связано с эпизодической памятью и кодированием новой информации, что отражает процесс научения.

Список литературы:

1. Данилова Н.Н. Психофизиология: учебник для вузов. М.: Аспект Пресс, 2002. — 273 с.
2. Зенков Л.Р. Клиническая электроэнцефалография (с элементами эпилептологии). Руководство для врачей. М.: МЕДпрессинформ, 2004. — 368 с.
3. Кропотов Ю.Д. Количественная ЭЭГ, когнитивные вызванные потенциалы мозга человека и нейротерапия / Перевод с англ. под ред. В.А. Пономарева. Донецк: Издатель Заславский А.Ю., 2010. — 512 с.
4. Theta Brainwave Stimulation: Advantages and Disadvantages [Электронный ресурс] — Режим доступа. — URL: <http://blog.mindalive.com/2011/01/mental-lions-know-on-theta-waves.html> (дата обращения: 14.03.2013).

4.7. ВЕТЕРИНАРИЯ

ОСОБЕННОСТИ МОРФОЛОГИИ ЯЙЦЕВОДА КУР

Кот Татьяна Францевна

канд. вет. наук, доцент ЖНАЭУ, г. Житомир, Украина

E-mail: root@pisem.net

Гуральская Светлана Васильевна

канд. вет. наук, доцент ЖНАЭУ, г. Житомир, Украина

E-mail: guralska@ukr.net

Птицеводство является высокорентабельной и перспективной отраслью животноводства Украины. Для получения биологически полноценной и скороспелой продукции используется генетический потенциал высокопродуктивных кроссов с одновременным применением интенсивных технологий выращивания [2, с. 53]. Чтобы интенсивное использование птицы не принесло вред организму и убыток производству, оно должно базироваться на знании породной морфологии органов репродуктивной системы.

Анализ доступной нам литературы [3, 127; 5, с. 63] свидетельствует о недостаточной изученности анатоми-гистологического строения яйцевода кур с учетом возраста. Целью нашей работы было изучить особенности морфологии яйцевода кур в период яйцекладки.

Объектом исследования являлись яйцеводы кур кросса Хайсекс браун 180-суточного возраста (n=6). Анатомическим, гистологическим и морфометрическим методами были исследованы слизистая и мышечная оболочки яйцевода. Проведение гистологических исследований осуществляли, руководствуясь указаниями Л.П. Горальского [1, с. 70]. Полученные цифровые данные обрабатывали статистически с помощью персонального компьютера с использованием программы «Microsoft Exel 2003 XSTAT 2006».

В результате проведенных исследований установлено, что яйцевод кур кросса Хайсекс браун имеет длину $85,9 \pm 2,44$ см и массу $68,41 \pm 4,44$ г. В нем различают пять отделов: воронку, белковый отдел, перешеек, скорлуповый и выводной отделы. Отличия

между отделами определяются диаметром яйцевода в соответствующем участке, толщиной стенки и рельефом слизистой оболочки.

Воронка состоит из собственно воронки и шейки [4, с. 62]. Ее масса равна $1,15 \pm 0,23$ г, длина — $10,7 \pm 0,45$ см. Слизистая оболочка собственно воронки образует складки высотой $78,91 \pm 7,48$ мкм и шириной $39,57 \pm 4,59$ мкм. Иногда между ними содержатся закрытые полости разной формы и величины. Мышечная оболочка тонкая ($55,54 \pm 5,49$ мкм), образована 4—8 рядами гладких мышечных клеток, которые расположены в косо-спиральном направлении.

Собственно воронка продолжается в шейку, складки слизистой оболочки которой имеют древовидную форму. Общее количество складок составляет $36 \pm 1,34$ единиц, высота и ширина — $1138,24 \pm 138,63$ и $194,2 \pm 13,33$ мкм соответственно. Поскольку складки имеют разную высоту, мы их разделили на крупные ($1741,08 \pm 76,13$ мкм), средние ($1278,53 \pm 41,24$ мкм) и мелкие ($395,10 \pm 38,24$ мкм). Причем мелких складок больше ($41,47 \pm 1,57$ %), чем крупных ($26,22 \pm 2,66$ %) и средних ($32,31 \pm 2,74$ %).

Толщина мышечной оболочки шейки воронки составляет $90,3 \pm 8,08$ мкм. Гладкие мышечные клетки формируют перыстые пучки, которые состоят из 10—15 клеток. Прослойки рыхлой волокнистой соединительной ткани между ними широкие и содержат кровеносные сосуды.

Масса белкового отдела составляет $37,87 \pm 3,13$ г, длина — $44,1 \pm 2,53$ см. Складки слизистой оболочки образуют параллельные ряды, которые в одних случаях соединяются между собой, в других — постепенно уменьшаются и сглаживаются. Складки не разветвляются, имеют разную высоту. Крупные и средние складки листовидной формы, высотой соответственно $4281,09 \pm 207,83$ и $3247,51 \pm 61,88$ мкм, а мелкие складки — конусовидной формы, высотой $1708,46 \pm 77,92$ мкм.

В сравнении с шейкой воронки, в белковом отделе общее количество складок слизистой оболочки уменьшается ($P < 0,001$) в 1,5 раза ($36 \pm 1,34$ против $24,17 \pm 2,34$ единиц), а высота и ширина увеличивается ($P < 0,001$) соответственно в 2,7 ($1138,24 \pm 138,63$ против $3079,02 \pm 266,32$ мкм) и 5,2 ($194,2 \pm 13,33$ против $1012,77 \pm 71,43$ мкм) раза.

Мышечная оболочка белкового отдела образована пучками гладких мышечных клеток, которые объединяются в косо-спиральный пласт, толщина которого составляет $110,08 \pm 14,16$ мкм. Пучки гладких мышечных клеток окружены широкими прослойками рыхлой волокнистой соединительной ткани с густой сетью коллагеновых,

эластических волокон, кровеносных сосудов и нервов, что соответствует данным [5, с. 97].

Масса перешейка составляет $8,93 \pm 1,21$ г, длина — $13,9 \pm 0,66$ см. Складки слизистой оболочки листовидной формы. Их высота увеличивается с $862,65 \pm 47,54$ мкм (мелкие складки) до $2981,05 \pm 64,04$ мкм (крупные складки). Причем мелких складок меньше ($24,46 \pm 1,64$ %), чем крупных ($33,57 \pm 1,88$ %). Верхушки складок острые, свободные края — образуют насечки (вторичные складки).

Мышечная оболочка перешейка, в сравнении с такой белкового отдела, толще ($P < 0,001$) в 2,2 раза ($241,52 \pm 20,51$ против $110,08 \pm 14,16$ мкм). Она образована внутренним — циркулярным и внешним — продольным слоями. Толщина первого слоя ($159,22 \pm 9,62$ мкм) в 2,1 раза больше ($P < 0,001$) толщины второго ($77,19 \pm 8,07$ мкм).

Масса скорлупового отдела составляет $13,78 \pm 1,3$ г, длина — $10,2 \pm 0,27$ см. Общее количество складок его слизистой оболочки, в сравнении с перешейком, больше ($P < 0,001$) в 5 раз ($120,83 \pm 8,34$ против $24,33 \pm 1,09$ единиц). Высота складок больше в 1,2 раза ($2265,32 \pm 227,12$ против $1912,28 \pm 211,89$ мкм), а ширина, наоборот, меньше в 2,8 раза ($322,34 \pm 16,56$ против $909,14 \pm 59,2$ мкм).

Анализируя высоту складок слизистой оболочки скорлупового отдела, мы их разделили на крупные ($3012,44 \pm 56,18$ мкм) и мелкие ($1518,19 \pm 23,1$ мкм). Первые образованы слизистой оболочкой большой кривизны, а вторые — малой кривизны скорлупового отдела. Мелкие складки имеют неправильную форму, ветвятся, иногда соединяются между собой. В сравнении с крупными складками, их количество меньше ($52,67 \pm 7,32$ против $68,17 \pm 1,22$ единиц).

Мышечная оболочка в скорлуповом отделе яйцевода развита хорошо [3, с. 125]. В сравнении с такой в перешейке, она толще ($P < 0,001$) в 2,2 раза ($241,52 \pm 20,51$ против $525,39 \pm 50,11$ мкм). В ней выделяется косо-циркулярный слой, который в 2,7 раза толще ($P < 0,001$) продольного слоя ($384,42 \pm 23,7$ мкм против $140,9 \pm 12,86$ мкм). Между мышечными слоями находится широкий пласт рыхлой волокнистой соединительной ткани с пучками нервных волокон и кровеносными сосудами большого диаметра.

Выводной отдел — конечный участок яйцевода. Он представляет собой мышечную трубку длиной $7,0 \pm 0,25$ см и массой $6,68 \pm 0,34$ г. Слизистая оболочка выводного отдела формирует продольные, узкие, остоконечные первичные складки. Их свободный край образует вторичные складки прямоугольной формы. Подобно к предыдущим отделам яйцевода (шейка воронки, белковый отдел, перешеек),

складки слизистой оболочки выводного отдела имеют разную высоту: $2012,4 \pm 24,51$ мкм — крупные, $1493,53 \pm 68,34$ мкм — средние, $1009,35 \pm 102,8$ мкм — мелкие складки. Средних складок больше ($49,02 \pm 3,42$ %), чем мелких ($19,71 \pm 2,67$ %). Общее количество складок слизистой оболочки выводного отдела, в сравнении с скорлуповым, уменьшается ($P < 0,001$) в 3,8 раза ($32,17 \pm 1,54$ против $120,83 \pm 8,34$ единиц). Толщина мышечной оболочки увеличивается ($P < 0,001$) в 2,8 раза ($1449,1 \pm 71,33$ против $525,39 \pm 50,11$ мкм). В ней выделяется косо-циркулярный и продольный слои толщиной соответственно $848,46 \pm 59,91$ и $601,14 \pm 91,88$ мкм. Следует отметить, что пучки мышечных клеток косо-циркулярного слоя толстые, короткие, плотно расположены между собой. В мышечной оболочке конечного участка выводного отдела появляется третий циркулярный слой гладких мышечных клеток, который отграничивается от косо-циркулярного слоя широкими прослойками рыхлой волокнистой соединительной ткани с нервными волокнами и кровеносными сосудами малого диаметра.

Таким образом, в яйцевом кросса Хайсекс браун возрастом 180 суток слизистая оболочка формирует складки, общее количество которых наибольшее ($120,83 \pm 8,34$ единиц) в скорлуповом отделе и наименьшее ($24,17 \pm 2,34$ единиц) в белковом отделе. Высота и ширина складок в разных отделах яйцевода существенно отличаются. Крупные складки ($2265,32 \pm 227,12$ мкм) формирует слизистая оболочка скорлупового отдела, широкие ($1012,77 \pm 71,43$ мкм) — белкового отдела, мелкие ($1138,24 \pm 138,63 \times 194,2 \pm 13,33$ мкм) — шейки воронки. Толщина мышечной оболочки яйцевода увеличивается ($P < 0,001$) в каудальном направлении с $55,54 \pm 5,49$ мкм (собственно воронка) до $1449,1 \pm 71,33$ мкм (выводной отдел). Мышечная оболочка образована одним слоем спирально расположенных пучков гладких мышечных клеток в воронке, белковом отделе и двумя пластами (продольным, циркулярным или косо-циркулярным) в перешейке, скорлуповом и выводном отделах. Толщина циркулярного (косо-циркулярного) слоя больше ($P < 0,001$) толщины продольного слоя в 2 раза в перешейке ($159,22 \pm 9,62$ против $77,19 \pm 8,07$ мкм), в 2,7 раза в скорлуповом ($384,42 \pm 23,7$ против $140,9 \pm 12,86$ мкм) и 1,4 раза в выводном ($848,46 \pm 59,91$ против $601,14 \pm 91,88$ мкм) отделах.

Список литературы:

1. Горальский Л.П. Основы гистологической техники и морфофункциональных методов исследования в норме и при патологии: учеб. пособие. Житомир: Полесье, 2005. 288 с.

2. Каргина Г. Хайсекс — гарантия успеха по-украински! // Эффективное птицеводство. 2007. № 5. С. 53—55.
3. Крок Г.С. Строение половой системы кур двух пород 12-месячного возраста // Морфологическое исследования в практике звероохраня и животноводства. 1984. № 2. С. 126—128.
4. Подгорнова Е.Д. Микроморфологическая характеристика воронки яйцевода кур мясного кросса ИЗА JV в период яйцекладки // Изв. Самарской гос. с.-х. акад. 2009. № 1. С. 62—64.
5. Тегза А.А. Актуальные проблемы ветеринарной медицины: сб. науч. тр. междунар. науч.-практ. конф., посвящ. юбилею П.С. Лазарева / Уральский гос. аграр. акад. вет. медицины. Троицк. 2003. С. 102.

ВОПРОСЫ ЕСТЕСТВЕННЫХ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

Материалы международной заочной научно-практической
конференции

27 мая 2013 г.

В авторской редакции

Подписано в печать 06.05.13. Формат бумаги 60x84/16.
Бумага офсет №1. Гарнитура Times. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 8. Тираж 550 экз.

Издательство «СибАК»
630075, г. Новосибирск, Залесского 5/1, оф. 605
E-mail: mail@sibac.info

Отпечатано в полном соответствии с качеством предоставленного
оригинал-макета в типографии «Allprint»
630004, г. Новосибирск, Вокзальная магистраль, 3